

علم الرياضيات

تأليف

زياودن ساردر

جيري رافتز

بورين فان لون

ترجمة

ممدوح عبد المنعم محمد

مراجعة وإشراف وتقديم

إمام عبد الفتاح إمام

Introducing... Mathematics

**& Ziauddin Sardar
Jerry Ravetz
Borin Van Loon**

أقدم لك... هذه السلسلة!

ليست أفكار الفلسفة هي وحدها الغامضة، بل هناك أيضاً كثرة كثيرة من الأفكار العلمية - في جميع العلوم تقريباً بلا استثناء - يصعب على القارئ غير المتخصص أن يستوعبها بسهولة، ومن ثم فهي تحتاج إلى شرح وإيضاح بالرسوم والصور فما هو الشعور واللا شعور؟ وما هو الفرق بين الذهن والمخ، وكيف نتعامل معهما. وما هي الوراثة والمورثات؟ وما الرياضيات، ولماذا كانت غامضة بالنسبة لمعظم الناس؟

كما أننا نحتاج إلى أن نعرف شيئاً عن كبار من العلماء بطريقة مبسطة - عن فرويد ويونج وكلاين ونيوتن وهوكنج الخ.

وإذا كانت الأعداد الستة الأولى من هذه السلسلة قد عرضت لمجموعة من الفلاسفة لاستجلاء غوامض أفكارهم عن طريق الرسوم، والصور، والأشكال التوضيحية، فأنا نفعل الشيء نفسه بالنسبة للأفكار العلمية، عن الشعور، واللا شعور، والذهن، والمخ الخ. وغيرها من أفكار وإننا نأمل أن يجد فيها القارئ نفس المتعة السابقة.

المشروع القومي للترجمة

أقدم لك ...

علم الرياضيات

تأليف

زياودن ساردر

جيرى رافتز

بورين فان لون

ترجمة

ممدوح عبد المنعم

مراجعة وإشراف وتقديم

إمام عبد الفتاح إمام

المجلس الأعلى للثقافة

٢٠٠٢

رقم الإيداع بدار الكتب المصرية

٢٠٠٢/٤١٧١

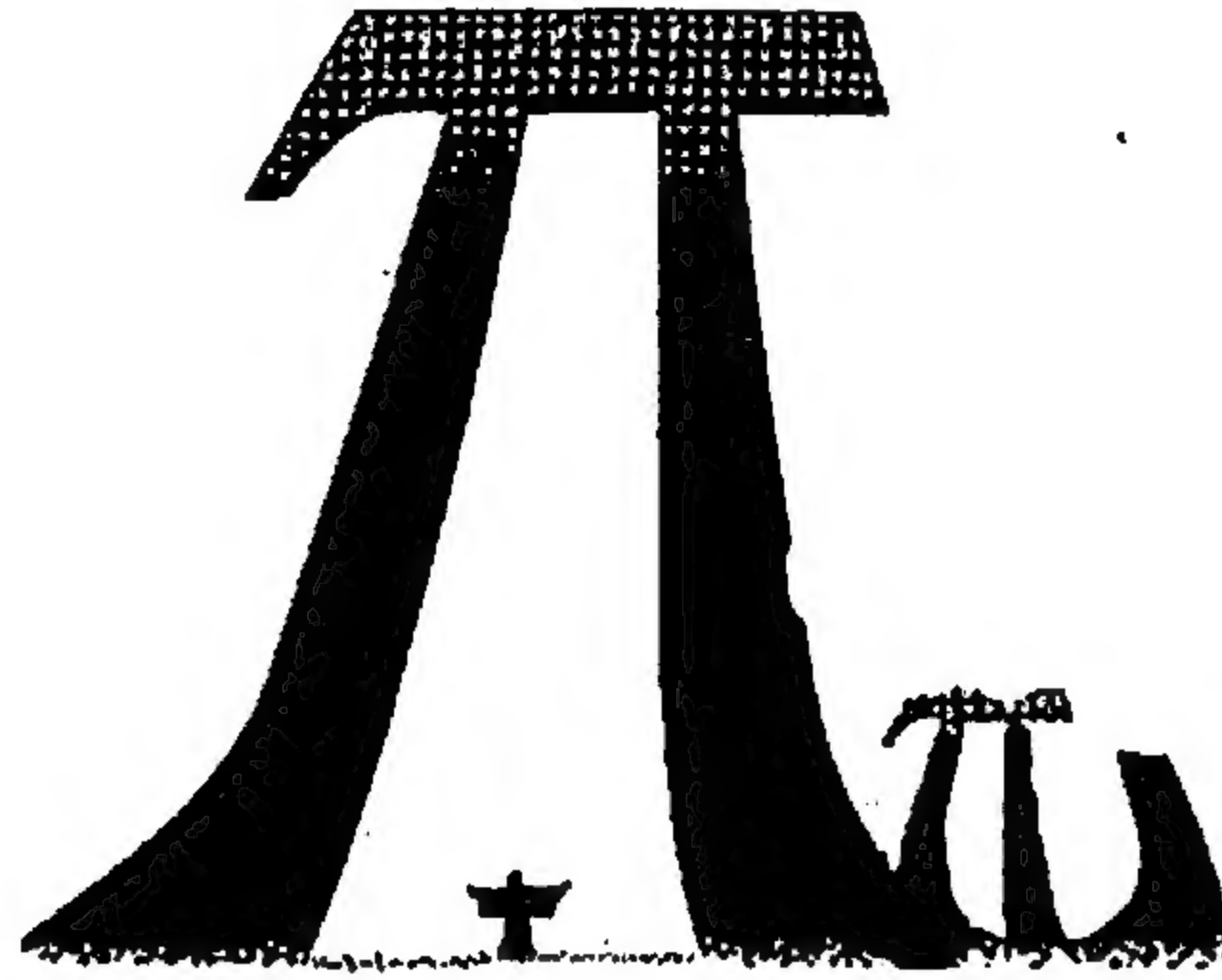
الترقيم الدولي I.S.B.N

977-5769-45-0

المشروع القومي للترجمة
بإشراف: جابر عصفور

هذه ترجمة لكتاب

THE MATHEMATICS



Ziauddin Sardar
Jerry Ravetz and
Borin Van Loon

حقوق الترجمة والنشر بالعربية محفوظة للمجلس الأعلى للثقافة
شارع الجبلية بالأوبرا - الجزيرة - القاهرة. ت: ٧٣٥٢٣٩٦ فاكس: ٧٣٥٨٠٨٤
El Gabalaya St. Opera House, El Gezira, Cairo
Tel: 7352396 E.Mail: asfour@oncbox.com

تهدف إصدارات المشروع القومي للترجمة إلى تقديم كافة الاتجاهات
والمذاهب الفكرية للقارئ العربي وتعريفه بها ، والأفكار
التي تتضمنها هي اجتهادات أصحابها في ثقافتهم المختلفة
ولا تعبر بالضرورة عن رأي المجلس الأعلى للثقافة .

«مقدمة»

بقلم المراجع

«أقدم لك.. هذا الكتاب!»

هذا هو الكتاب الحادى عشر فى سلسلة «أقدم لك..» وهو يدور حول « الرياضيات ...»

والواقع أن الرياضيات ترتبط بالفلسفة ارتباطاً دقيقاً منذ فجر الفلسفة عندما كتب أفلاطون على باب الأكاديمية «مَنْ لم يكن رياضياً فلا نصيب له عندنا» أو «من لم يكن مهندساً فلا يدخل علينا». وجعل الرياضيات مدخلاً إلى الفلسفة واشترط كلامه دراسة الرياضيات كخطوة تمهيدية لدراسة الفلسفة - ولقد كان برتراند رسل فى الفلسفة المعاصرة هو المثل النموذجى لهذه الرابطة ، فقد دخل إلى الفلسفة من باب الرياضيات عندما حاول تعريف «العدد» ، وكما حاول فى كتابه «أصول الرياضيات» أن يحدد معنى اللامعرفات..

وربما اشتركت الرياضيات أيضاً مع الفلسفة فى خاصيتين هامتين هما «التجريد» و «الصورية» - ولعل هذا هو السبب فى شكوى الناس من الرياضيات، ومن الفلسفة فى آن معاً. (لأن التفكير البشرى يبدأ بالمحسوسات ويتمسك بها ويوجد صعوبة فى الانتقال من المحسوس إلى اللامحسوس أو المجرد!) - ولهذا السبب يبدأ المؤلف فى الصفحة الأولى من كتابه بالحديث عن شكوى الناس من الرياضة متصورين أن الناس ينقسمون قسمين أشخاص يفهمون الرياضيات (وهم نوع خاص من البشر) وأشخاص لا علاقة لهم بها!.

لكنه يبين لنا مدى حاجتنا إلى الرياضيات التى يرى أن الحياة لا يمكن تصورها بدونها. فنحن نحتاج إلى الرياضيات فى البيع والشراء، وفى التسوق، وإعداد ميزانية

المنزل، وإدارة أعمالنا، وبناء منازلنا، دائماً في أعمالنا المصرفية، وعمل الخرائط، والسفر حول العالم بل حتى إلى الخروج من عالمنا إلى الفضاء الخارجي! بل إن الرياضيات ضرورية للعلم والاقتصاد والطب والتكنولوجيا باختصار هي المحرك الذي يحرك حضارتنا الصناعية!.

ثم يبدأ المؤلف في الحديث عن «علم الحساب» وتاريخه ومساره مع مراحل البشرية والحضارات القديمة، وهو العلم الذي بدأ عند القبائل البدائية بالعدّ فالعدّ قديم قدم الكتابة أو لعلّة أقدم منها، فقد استخدم الإنسان الأول الخطوط القائمة للدلالة على الأرقام، فرسم الواحد هكذا I والاثنين هكذا II والثلاثة هكذا III .. الخ، واستخدم الصينيون هذا الأسلوب حتى الخمسة IIII، ثم عبروا عن الستة بخط قائم يعلوه خط أفقي هكذا T، وعن السبعة بخطين قائمين يعلوهما خط أفقي TT وعن الثمانية بثلاثة خطوط يعلوها خط أفقي TTT وهكذا.

أما المصريون القدماء فقد رمزوا إلى الواحد بخط قائم I، وللاثنين بخطين قائمين II ورمزوا للعشرة بباب مقنطر ضيق \cap ، ومعظم طرائق العد مبنية على أساس الخمسة باعتباره عدد أصابع اليد الواحدة، أو على العشرة باعتبار عدد أصابع اليدين الاثنتين، أما البابليون فاتخذوا من الستين وحدة عددية، ودوّن اليونان الأعداد بالحروف الهجائية فجعلوها حرف a للواحد، وحرف b للاثنين، وهكذا حتى العشرة، واعتبروا الـ f الحادى عشر مقابل العشرين، والحرف الثانى عشر مقابل الثلاثين .. وهكذا.

أما الهنود فقد جعلوا للأرقام رموزاً مستقلة هي ١, ٢, ٣, ٤, ٥ .. الخ، واخترعوا الصفر، لكنهم لم يحسنوا استغلال تلك الأرقام ولم يفيدوا من اختراع الصفر.

ولقد أخذ العرب هذه الأرقام والصفر عن الهنود وعن العرب أخذ الغربيون الأرقام الهندية وسموها الأرقام العربية، وأخذوا الصفر أيضاً باسمه العربى «صفر» (أى فارغ أو خال) ولفظ Cipher فى الإنجليزية (ومعناها صفر أيضاً) خير دليل على ذلك، ويقال: إن اختراع الصفر كان من أهم المنجزات الفكرية وبدون ما كانت الرياضيات الحديثة أمراً ممكناً..

والواقع أن الكتاب يعطى للحضارة العربية دوراً عظيماً فيما أسهمت به فى تاريخ

الرياضيات فنراه يقول صراحة : «قام المسلمون بتوحيد الفكر الرياضى فى جميع الحضارات السابقة عليهم فأدمجوا الجبر والعلاقات الحسابية البابلية والصينية والهندية بالعلاقات الهندسية اليونانية والهلنستية، ويتهى إلى أنهم كانوا على درجة عالية جداً من الجرأة فى «تعاملهم مع العمليات الحسابية» ثم يتحدث عن شخصيات عظيمة مثل الخوارزمى «مؤسس علم الجبر» وتطويره عند «الصموعل» والكراجى، وعمر الخيام الشاعر وعالم الرياضيات، والبطانى وغيرهم من أعلام المفكرين المسلمين..

والكتاب فى الواقع متعة لا تقدر حتى بالنسبة لغير المتخصص ، وإننا لنأمل أن نكون بترجمته قد قدمنا خدمة متواضعة فى المشروع القومى للترجمة.

والله نسأل أن يهديننا جميعاً سبيل الرشاد،

المشرف على المشروع

إمام عبد الفتاح إمام

لماذا الرياضيات ؟

يثن كل شخص عند الذكر المطلق للرياضيات ، فالكثير من الناس يعتقدون أن العالم مقسم إلى نوعين من الناس . الأول هم الأشخاص بالغو الذكاء الذين يفهمون الرياضيات وهم بالطبع ليسوا من النوع الذى يمكن مقابله فى إحدى حفلات السمر ...



ولكننا جميعاً نحتاج لفهم الرياضيات إلى حد ما، فبدون الرياضيات لا يمكن تصور الحياة.





في الواقع أصبحت الرياضيات دليلاً للعالم الذي نعيش فيه، العالم الذي نشكله ونغيره والذي نعتبر نحن جزءاً منه. ولأن العالم أصبح معقداً لدرجة كبيرة وكذلك الأشياء المشكوك فيها أصبحت مهمة ومنذرة ، فنحن نحتاج الرياضيات لوصف المخاطر التي نواجهها ولنخطط لمعالجتها.

وتتطلب قدرة التعامل مع الرياضيات موهبة خاصة ومهارة مثل أى مجال آخر للمحاولات البشرية كالرقص مثلاً. والرياضيات أنيقة جداً وجميلة فى روحها تماماً مثل الأداء الجاد المعقد لفرقة الباليه الماهرة. وبالرغم من أن معظمنا لا يستطيع أن يكون راقص باليه محترف لكننا نعرف كيفية الرقص وفعالياً من الممكن أن نرقص . وبالمثل يجب أن نعرف جميعاً ما تتناوله الرياضيات وأن تكون لدينا القدرة على فهم ومعالجة بعض الخطوات الأساسية.



الحساب

يتعلم الأطفال
في المدرسة
كيفية العد

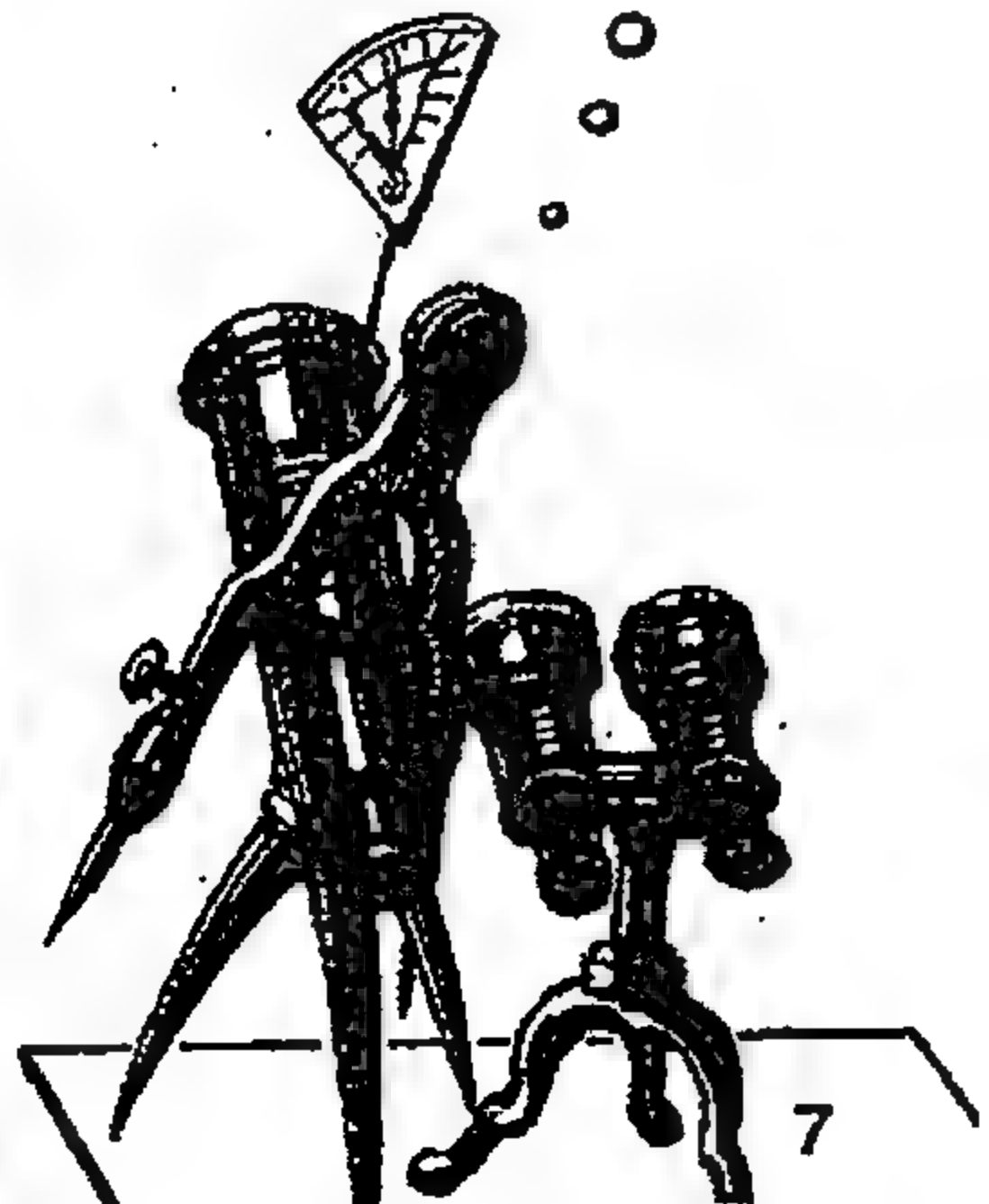
إلى حد ما يستعيد
المبتدئون في الرياضيات في
أذهانهم خطوات تطور البشرية
في معرفة الرياضيات

والحساب والقياس

وبمجرد تعلمهم ذلك تبدو هذه الطرق
أنها ابتدائية، ولكن بالنسبة للمبتدئين تبدو أنها
مليئة بالألغاز.

أصبحت عملية تسمية الأرقام مثل التعويذة وخاصة
عند التعامل مع أكبر رقم، فالعد إلى مائة ممل
ولكن العد إلى ألف يشبه تسلق الجبال !
تري ما هو الرقم الأخير أو أكبر الأرقام على
الإطلاق ؟

إذا لم يكن
لهذا موجوداً ، فما يوجد
في النهاية ؟



كيف أسمينا الأرقام كما نقرأهم واحداً تلو الآخر، ربما يكفي تسمية عدد قليل من الأرقام. تستطيع بعض الحيوانات تمييز التجمعات المختلفة حتى خمسة أو سبعة أفراد، وما يزيد عن ذلك يطلق عليه «العديد» فقط. ولكن إذا كنا نعرف أن الأرقام تزداد دون توقف فلا يمكننا إطلاق الأسماء الجديدة بدون توقف.



لم تكن لغة الهنود Dakota ^(١) مكتوبة ولكنها كانت عبارة عن قطعة من القماش مرسوم عليها صور بالحبر الأسود، وفي كل سنة يتم رسم صورة جديدة لتوضيح الحدث الرئيسي في السنة المنقضية.

(١) الداكوتا Dakota - قبيلة من الهنود الحمر في الولايات المتحدة الأمريكية تستخدم لغة خاصة بها هي اللغة السوانية Siouan (المراجع).

وأفضل طريقة لعملية تنظيم التسمية والعد هي اتخاذ «أساس» وهو عبارة عن رقم يميز بداية العد مرة أخرى. وأبسط أساس هو اثنان، فعلى سبيل المثال قامت مجموعة من الأستراليين البدائيين (Gumulgal) بالعد بالطريقة التالية :

١ = أورابون

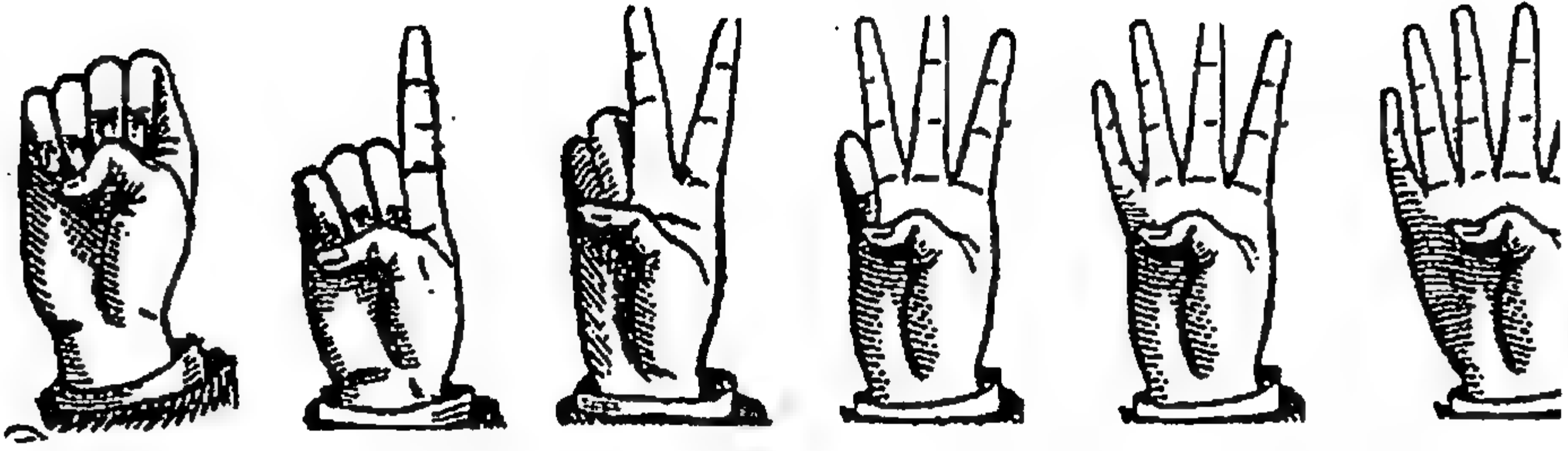
٢ = أوكاسار

٣ = أورابون - أوكاسار

٤ = أوكاسار - أوكاسار

٥ = أوكاسار - أوكاسار - أورابون.





وتعتبر أصابع اليد مفيدة في تعريف الأساسات، بعض الأنظمة تستخدم الخمسة كأساس والبعض الأكثر شيوعاً يستخدم العشرة. ويمكن استخدام العديد من الأساسات الأخرى. فعلى سبيل المثال العملة المتداولة في بريطانيا قديماً كان بها العديد من الأساسات : إثنا عشر (بنس في كل شلن) وبعد ذلك عشرون (شلن في كل جنيه استرليني) وحتى واحد وعشرون (شلن في كل جنيه إنجليزي). لذلك كان يلزم وجود مساعدين في الأسواق للمساعدة في عمليات تقدير الفواتير أما عند الشراء بالتقسيط فربما يتم إخبار الناس

أن رداء غرفة المعيشة يتكلف ١٥٥ جنيه إنجليزي أو ما يعادل ١٠٤ قسط أسبوعي قيمته جنيه استرليني وخمسة عشر شلناً وسبعة بنسات ونصف.



هناك أساس آخر شائع وهو عشرون (أصابع القدمين واليدين) وقد استخدمه الـ (Yoruba) بالإضافة إلى خاصية الطرح عند التعبير عن الأرقام الكبيرة داخل هذا الأساس.

وقد كان لديهم أسماء مختلفة الأرقام واحد (أوكان) وحتى عشرة (إيوا). ومن إحدى عشر وحتى أربعة عشر كانوا يقومون بعملية الإضافة مثل إحدى عشر هو (واحد بالإضافة إلى عشرة) وأربعة عشر هو «أربعة مضافون إلى عشرة». أما الأرقام من خمسة عشر وحتى تسعة عشر فكانوا يقومون بالطرح مثل خمسة عشر هي «عشرون ناقصة خمسة» وتسعة عشر هي «عشرون ناقصة واحد».

ويظل هذا الأساس مستخدماً في الأرقام الفرنسية حيث إن ثمانين هي «أربعة عشرونات» أما تسعة وتسعون فهي أربعة عشرونات وتسعة عشر.



المتعاملون مع
الحسابات يستخدمون أساسات
مينية على اثنين

وعلى ذلك لا يوجد هناك أساس واحد مفضل، ربما يمكننا التفكير في نظام أرقام يتم تصميمه بصفات مختلفة وهي : يسهل تذكُّره وملائم في تسميته ومفيد في الحساب إلخ.



الأرقام المكتوبة



من الممكن العد بطريقة فعالة في ثقافة ما دون كتابه، ولكن الحساب يتطلب عند ذلك ذاكرة كبيرة ومهارات خاصة. ولما كانت الكتابة منتشرة في الكثير من الحضارات، ظهرت العديد من أنظمة العد، البعض منها كان معقداً تماماً.



وقد استخدم الأزتك^(*) نظاماً مبنياً على عشرين به أربعة رموز

- الواحد رمز له بنقطة تعبر عن حبة الذرة.
- ٢٠ تم تمثيلها بعلم.
- ✿ ٤٠٠ تم تمثيلها بنبات الذرة.
- ☼ ٨٠٠٠ تم تمثيلها بدمية الذرة.

ويمكن استخدام هذه الرموز للتعبير عن كل أنواع الأرقام وعلى سبيل المثال الرقم ٩٢٨٧ يمثل كذلك :



(*) الأزتك : شعب متمدن حكم المكسيك قبل أن يفتحها الأسبان.



١

٢

٣

٤

٥

٦

٧

٨

٩

١٠

١١

١٢

١٣

١٤

١٥

١٦

١٧

١٨

وكان نظام الترقيم عند الـ «Mayans» به ثلاثة رموز فقط :

... نقطة كبيرة .
كانت هي الواحد

... الشرطة —
كانت هي الخمسة

... وكانت صدقة القوقع
هي الصفر

لذلك

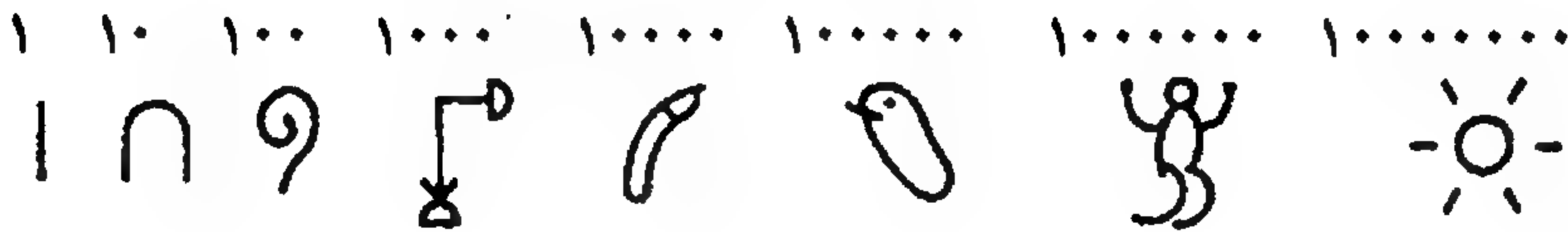
... هي ٣

أما ١٣ فهي

ويتم تمثيل العشرين بـ



ولقد استخدم المصريون القدماء مخطوطة تصويرية (الهيروغليفية) لكتابة أرقامهم.



وقد استخدم البابليون نظاماً يتخذ من ٦٠ ومضاعفاته أساساً له بالرموز التالية :

١ ٥ ١٠ ٥٠ ١٠٠ ٣٦٠٠

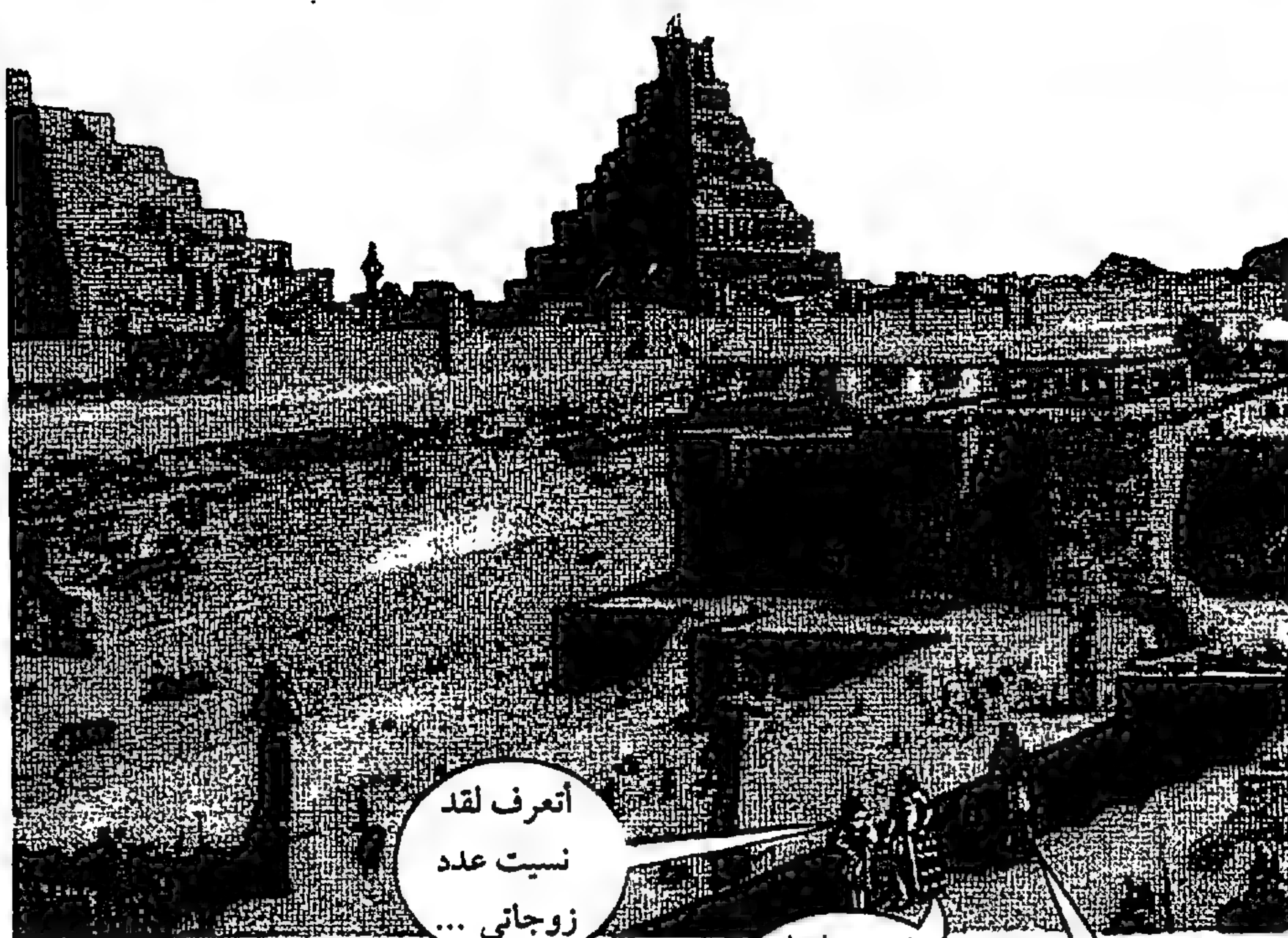
بعد ذلك قاموا بتطوير نظام مبنى فقط على قيمتين :

٢ ترمز للواحد أو ٦٠ على حسب موقعها و < ترمز للعشرة

لذلك يمكن كتابة ٩٥ على النحو التالي :

$$95 = 60(1) + 35$$

٢ < < ٢ ٢ ٢ ٢



أتعرف لقد
نسيت عدد
زوجاتي ...

نعم ... باعتباري
بابلية ، كان بمقدوري أن
أقضي حوالي ساعة إضافية
في الفراش هذا
الصباح ...

سأذهب إلى
سفح سلالمتنا !

ولقد بقي النظام الستوني البابلي حتى هذه الأيام، فالدائرة تحتوى على ٣٦٠ درجة والساعة بها ٦٠ دقيقة ، وتحتوى الدقيقة على ٦٠ ثانية.

وقد استخدم الصينيون القدماء نظام أعداد له أساس ١٠ برموز للأرقام من واحد وحتى عشرة والمائة والألف وكذلك العشرة آلاف ، وبعد ذلك طور الصينيون صيغة للعد باستخدام قطع مستقيمة (سيقان).



(●) مصفحة : صفيحة طباعية تصنع بصب المعدن في قالب من الورق المعجون.

وقد قدم الصينيون اختراعاً عظيماً وهو وضع الرموز المكتوبة في عالم من الأسماء المنطوقة للأرقام، وكان هذا عبارة عن نظام لـ «القيمة المكانية». حيث تعتمد تسمية الرقم (كتعبير عن الكمية) على مكانه في صف الأرقام. لذلك من الممكن أن يكون الرقم (٢) هو اثنان أو عشرون أو مائتان على حسب موقعه، وهذا يعني أنه لا يلزم تسمية الأساسات الأعلى، فمن المعروف أن (٢) في الرقم (٢٣٤) تعني ٢٠٠.



أما الهنود فقد طوروا ثلاثة أنواع واضحة لأنظمة الأعداد.

قام (Kharosthi) باستخدام رموز للعشرة والعشرين وتم التعبير عن الأرقام من ١ حتى ١٠٠ بالجمع.

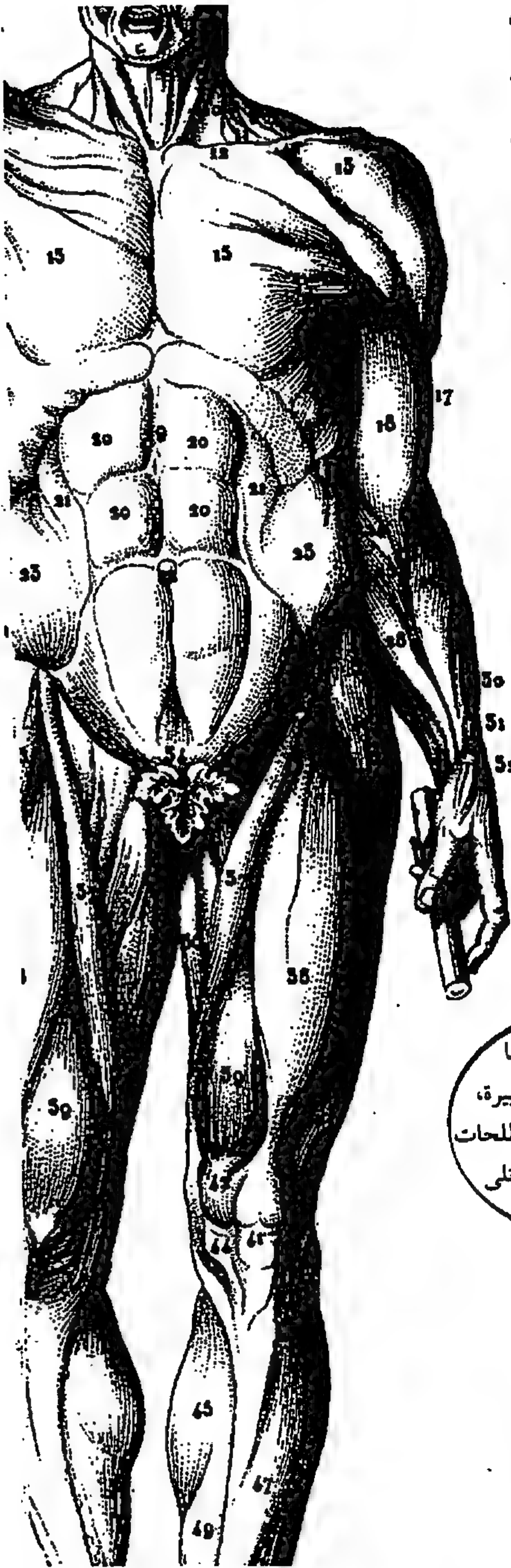
أما الـ (Brahmi) فقد استخدموا رموزاً منفصلة للواحد، الأربعة حتى التسعة والعشرة والمائة، وهكذا.

أما Gwalior فكان لديهم رموز للأرقام من واحد وحتى التسعة وكذلك للصفر.

فكر في عدد ما ...
حسناً، الآن ضاعفه ...
ثم احسب ثلاثة أضعافه ...
ثم أربعة أضعافه ...



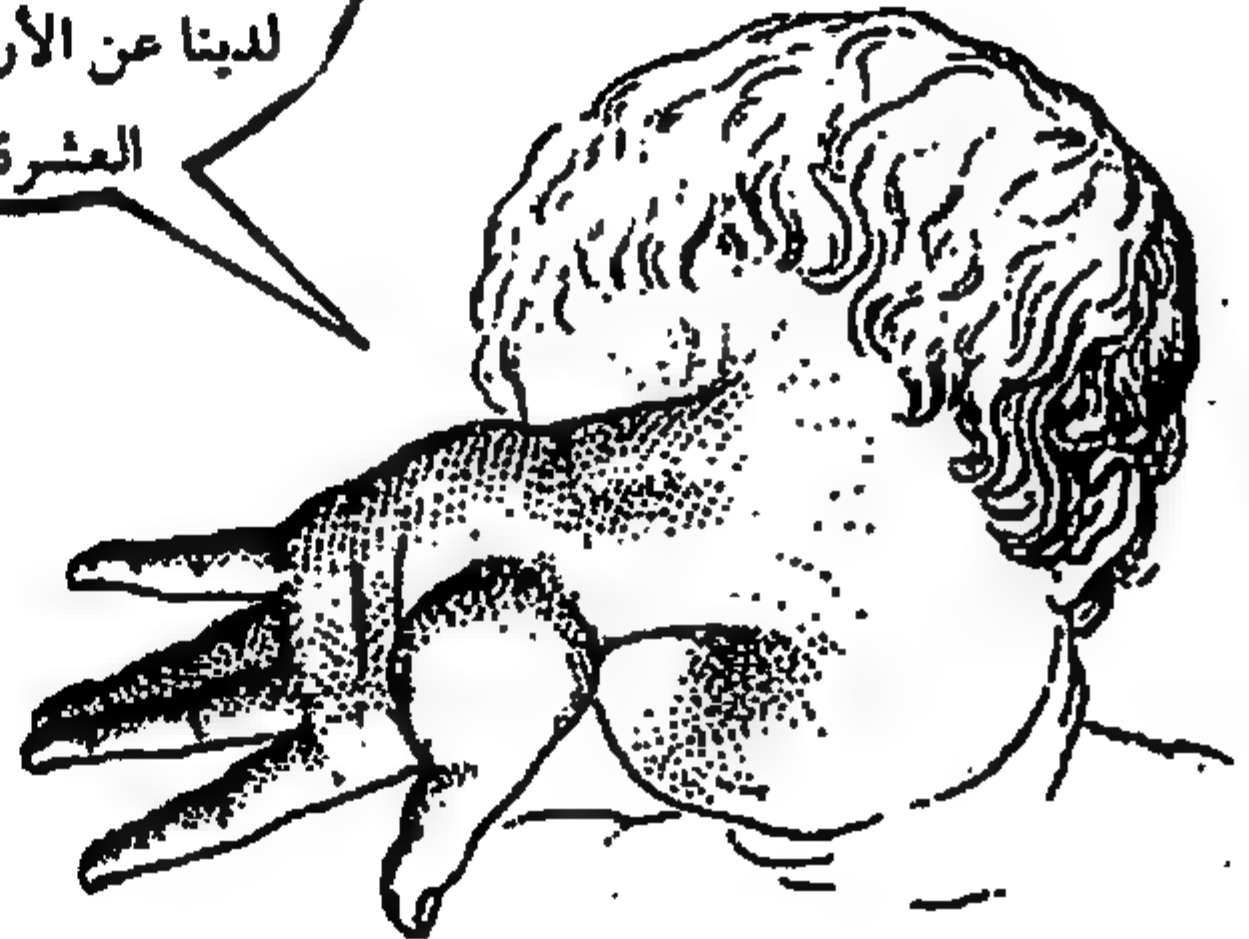
ولقد قام الهنود بالتعامل مع الأرقام الكبيرة براحة تامة، حيث أعطت النصوص الهندية القديمة أسماء لأرقام كبيرة مثل ١٠٠٠, ٠٠٠, ٠٠٠, ٠٠٠ وأسموه (Parardha باراردها).



وكان للقدماء اليونانيين نظامان متوازيان للأعداد، الأول كان مبنياً على الأحرف الأولى للأعداد، مثلاً يرمز للخمسة بالحرف باي (π) أما العشرة فيرمز لها بدلتا (Δ) والمائة بالصيغة القديمة للحرف (H) وهكذا.

أما النظام الثانى والذي ظهر فى القرن الثالث قبل الميلاد فقد استخدم كل حروف الهجاء اليونانية وثلاثة من الحروف الفينيقية ليصبحوا سبعة وعشرين رمزاً رقمياً. وكانت أول تسعة أحرف ترمز للأرقام ١ حتى ٩؛ أما التسعة التالية فكانت ترمز للعشرات من ١٠ وحتى ٩٠ أما التسعة أحرف الأخيرة فكانت ترمز للمئات من ١٠٠ وحتى ٩٠٠.

نحن اليونانيين قاومنا
الخوف من الأرقام الكبيرة،
بصعوبة عبر علم المصطلحات
لدينا عن الأرقام التى تلى
العشرة آلاف



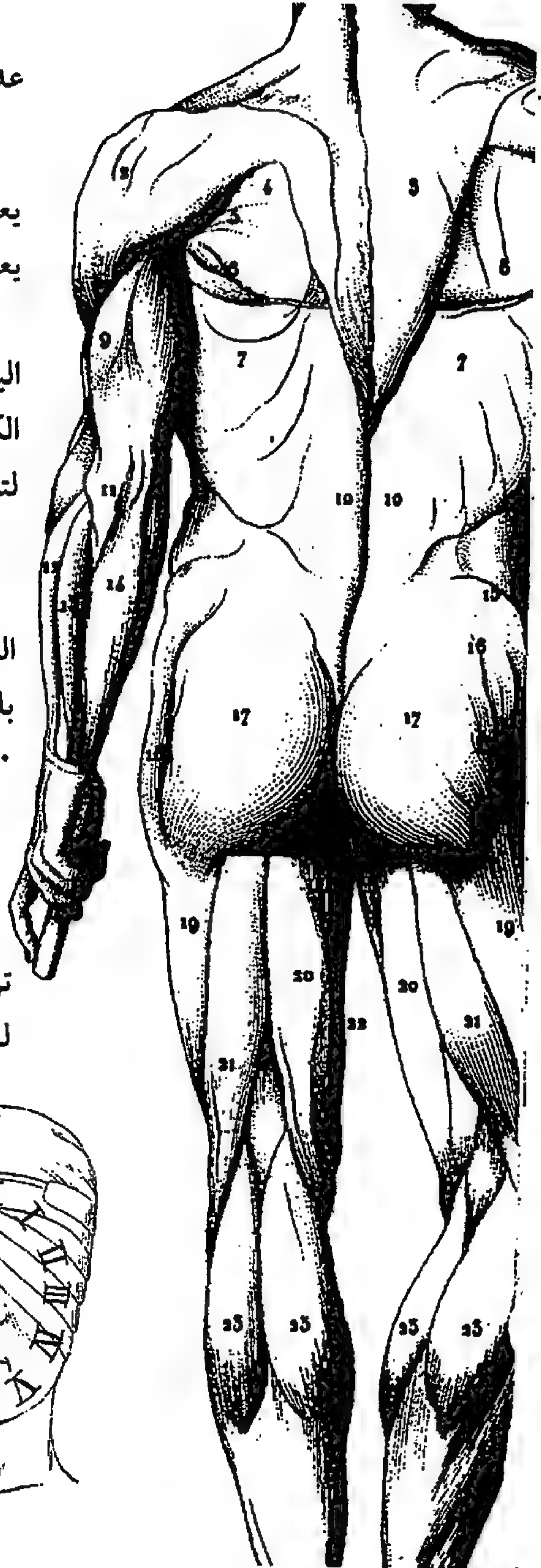
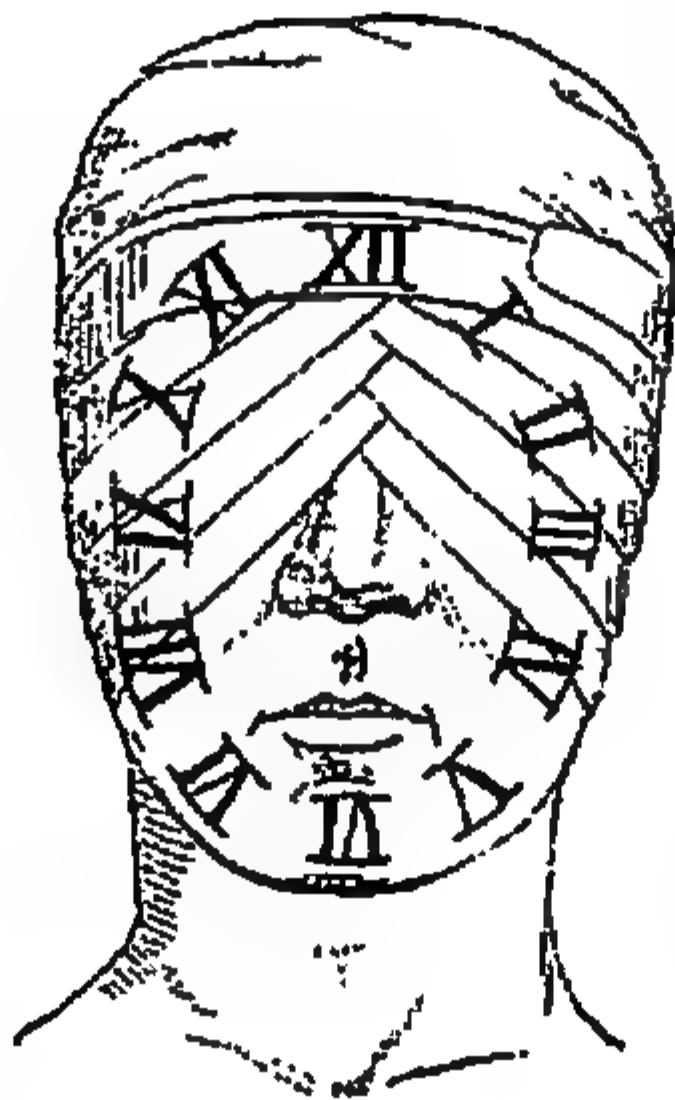
أما النظام الروماني فكان يحتوى على عدد سبعة رموز للأرقام : I يعبر عن ١ ، و

V يعبر عن ٥ ، و X يعبر عن ١٠ ، و L يعبر عن ٥٠ ، و C يعبر عن ١٠٠ ، و D يعبر عن ٥٠٠ ، و M يعبر عن ١٠٠٠ .

وكانت الأرقام تكتب من اليسار إلى اليمين حيث تكتب الأرقام ذات القيمة الكبيرة فى اليسار ثم تُجمع مع بعضها لتعطى قيمة الرقم المشار إليه . وعلى ذلك LX هو ٦٠ .

وللملاءمة، كان الرقم ذو القيمة الصغيرة الموضوع على اليسار يُفسر بالطرح، وعلى ذلك الرقم McM يعنى ١٩٠٠ .

والأرقام الرومانية بالرغم من أنها لا تزال تستخدم الآن كوسيلة للتزيين، إلا أنها لم تكن مناسبة لعمل الحسابات السريعة .



وقد أدى استخدام حروف الهجاء للتعبير عن الأرقام إلى ظهور فن التنبؤ العالى فى تطوره والذي يسمى Gomatria . ويقوم أحد الأشخاص بترتيب أحرف كلمة ما أو اسم على وجه الخصوص ليكون رقماً ما ثم يقوم بتفحصه للبحث عن نوع ومعنى لهذا الرقم. والشخص الذى ينتج اسمه رقماً مثل ٦٦٦ (عدد الحيوانات فى التوراة) كان يوضح شيئاً سيئاً !



وقد طورت الحضارة الإسلامية (منذ ٦٥٠ بعد الميلاد وحتى الآن) مجموعتين متشابهتين من الأرقام. كانت واحدة منهم تستخدم في الجزء الشرقي (بلاد العرب وفارس).

أما الأخرى فكانت تستخدم في الجزء الغربي (بلاد المغرب والأندلس). وكلتا المجموعتين كانت تحتوي على عشر رموز من الصفر وحتى التسعة.

المجموعة الشرقية: ٠ ٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

المجموعة الغربية: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

وقد بقيت المجموعة الشرقية تستخدم حتى الآن في العالم العربي، أما المجموعة الغربية والتي تدعى الأرقام العربية فهي تمثل نظام الأرقام الذي نستخدمه جميعاً في هذه الأيام.

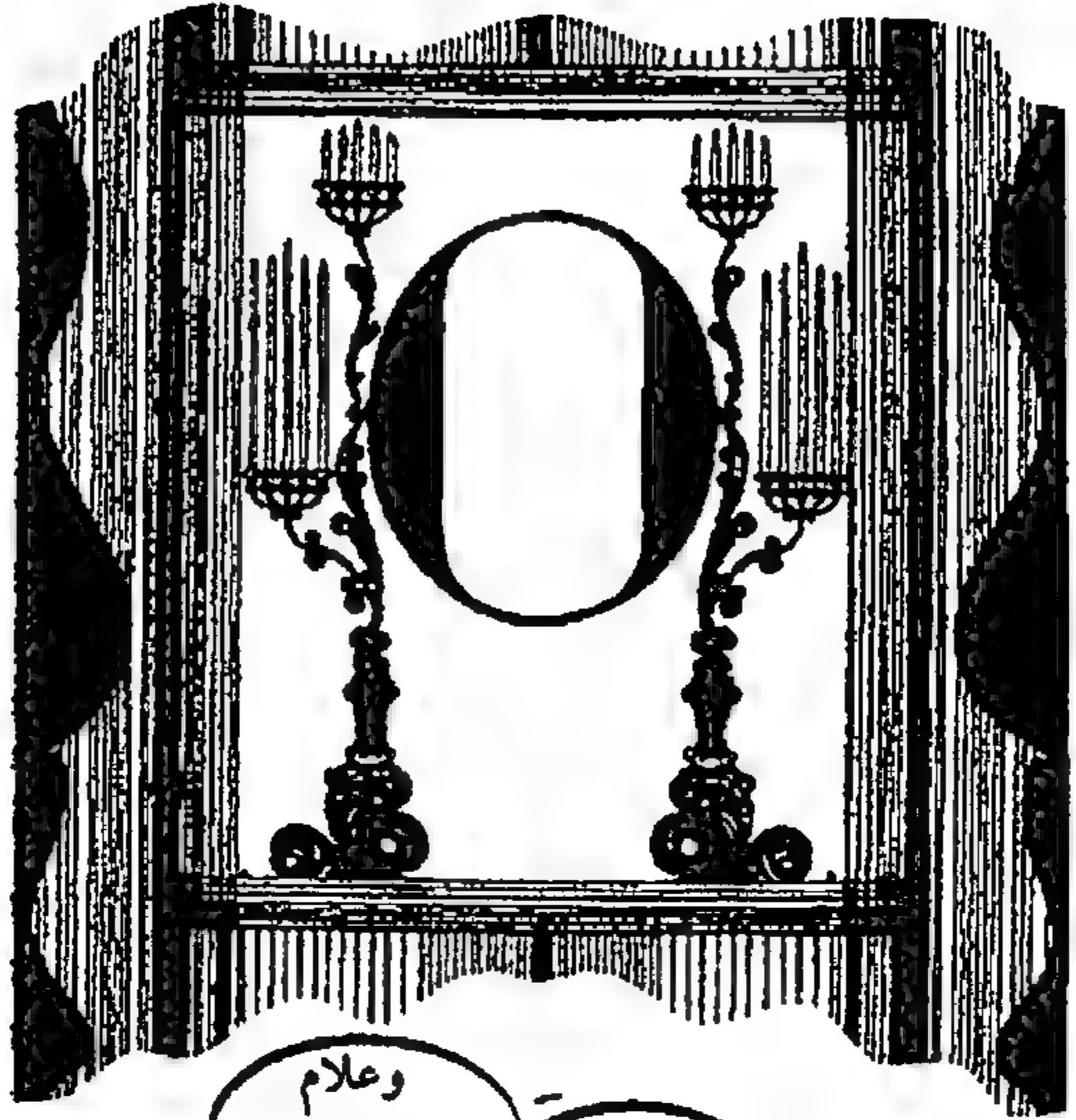


الصفـر

يعتبر الصفـر اختراعاً متأخراً نسبياً (حيث تم وضعه في القرن السادس بعد الميلاد)، ويبدو أنه ناتج عن ارتباط الحضارتين الصينية والهندية. وقد كان الصينيون يحتاجونه للتعبير عن قيمة المكان - كيف مثل الصينيون المكان الخالي في الرقم مئتين وخمسة ؟ والرقم ٢٥ يعتبر خطأً لذلك كان يلزم شيء ما يوضع في المكان الخالي مثل ٥ - ٢. لكن المعنى الكامل للصفـر كان قد تم تطويره في الحضارة الهندية، حيث إن التأملات الفلسفية في الفراغ كانت قد تطورت بدرجة كبيرة.



وهذا النوع من الخلفية الثقافية كان ضرورياً جداً للاختراع، وللصفر على وجه الخصوص. والصفر يمكن أن نتعامل معه مثل بقية الأرقام حيث إننا من الممكن أن نقوم بالجمع عليه.



ولكن عملية ضرب الصفر مع أى رقم آخر تعطى صفر. ومن الممكن أن نقوم بعمل متناقضات باستخدام معادلة مثل $2 \times 0 = 4 \times 0$. وبعد ذلك نهمل الصفر لتصبح $2 = 4$.



وعلام نحصل ...

عند قسمة أى شيء على صفر؟

ما لا نهاية!

وبينما يعتبر الصفر ضرورياً في الحسابات ولكنه يُستبعد في العد. فأول شيء في صف أشياء لا يقال له «الصفرى». وهناك تناقض واضح في التقويم الميلادى : تسمى الفترة ١٩٠٠ - ١٩٩٩ بالقرن العشرين حيث لم يكن هناك قرن صفرى في بداية التقويم الميلادى.

عظام هذه الحفرية عمرها خمس وستون مليون وأربع سنوات

وكيف عرفت ذلك بهذه الدقة؟

حسنًا، عندما قدمت إلى هذه الوظيفة تم إخباري أن عمرها ٦٥٠٠٠٠٠٠ سنة وهذه هي السنة الرابعة لي في هذه الوظيفة؟

بالطبع تبدو هذه الأضحوكة سخيفة، ولكن إحدى التلميذات قامت بعملية الجمع ...

- 32 -

أرقام خاصة

إلى جانب الصفر،
هناك أنواع أخرى من
الأرقام الخاصة التي
يجب أن نكون على
دراية بها.



البعض منهم «أرقام بالطبيعة»
التي من الممكن أن يقال إن
لديها خصائص سحرية. الأرقام

٣، ٥، ٧ و ١٣ كل منهم رقم خاص بطريقته الخاصة، وهناك أيضاً
أنواع من الأرقام يتم تعريفها من خلال خصائصها الحسابية التي
تجذب الاهتمام.

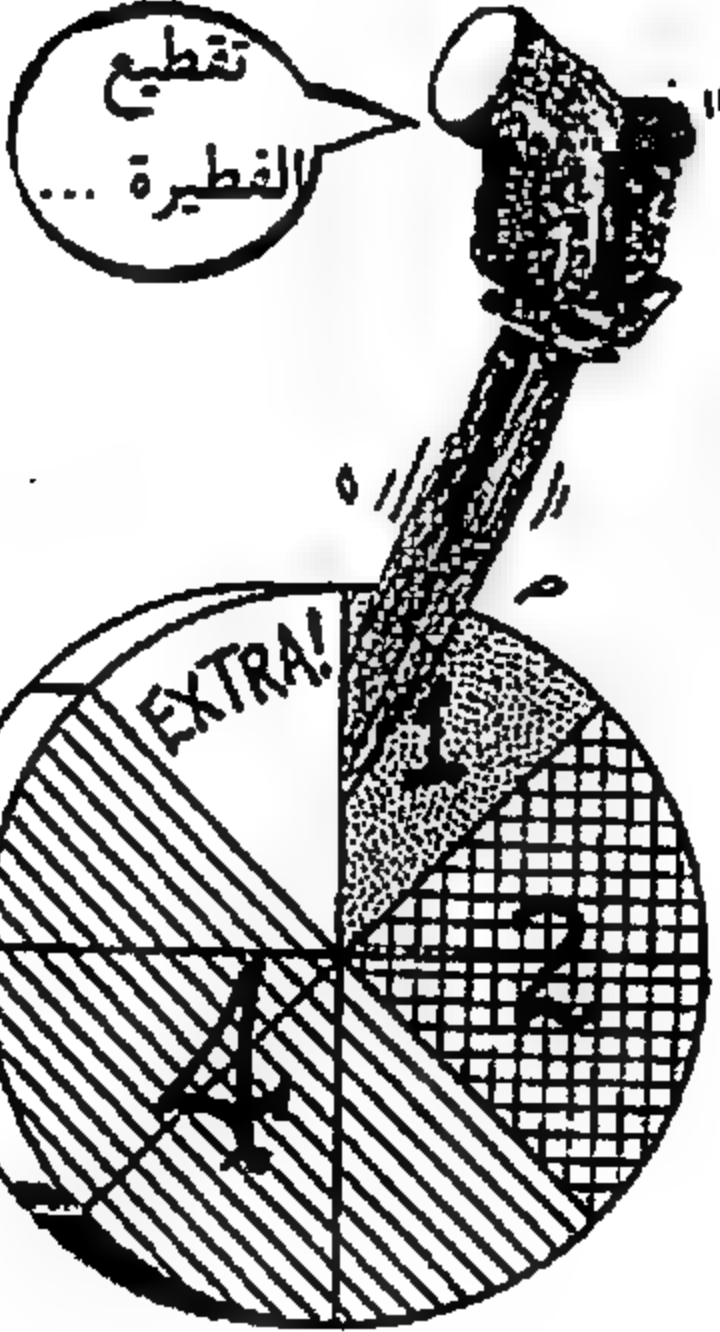
الأعداد الأولية هي تلك الأعداد التي لا

تقبل القسمة إلا على نفسها أو الواحد

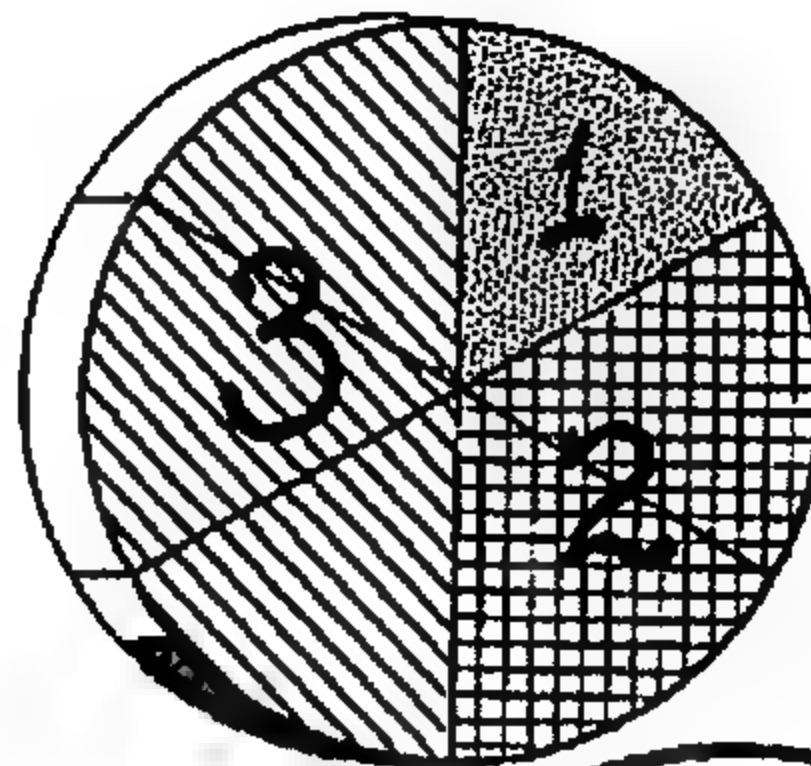
الأعداد التامة هي التي تساوي مجموع عواملها - أي الأعداد التي
تقبل القسمة عليها.

لذلك العدد ٦ الذي له عوامل ١، ٢، ٣ هو عدد تام حيث إن ١
و ٣، ٢ + ٣ = ٦.

والأمثلة هي ٣، ٥، ٧
١١، ١٣ و ١٩



ولكن ٨ غير تام



٦ تام!

وكمثال آخر
 $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$
أما المثال التالي فهو ٤٩٦
حاول استنتاجه بنفسك



في قديم الزمن،
مثل تلك الأرقام كانت
تعتبر خاصة جداً. لذلك
سميت بهذا الاسم





إذا فعلت
خطأين يؤدي
ذلك إلى
صواب؟



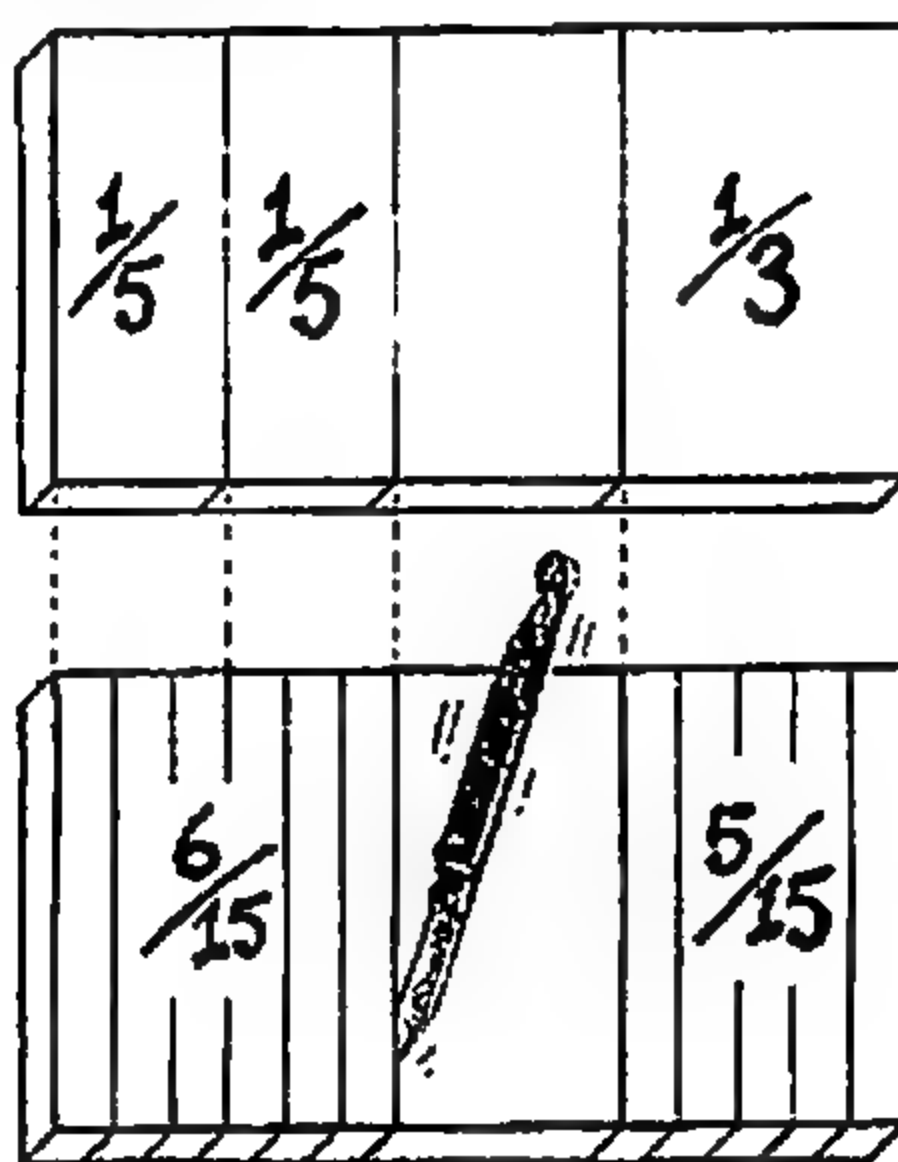
حاول جمع
 $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$
قطع الحلوى ...



رسم
الأشكال
بالأرقام ...

الأرقام السالبة هي تلك الأرقام الأصغر من الصفر (مثل درجة الحرارة في يوم بارد) ويتم تمثيلها بإشارة ناقص، وهي أرقام أساسية ولها تناقضاتها الخاصة بها مثل (-1)
 $1 + = (-1) \times$

«الكسور» أو الأعداد النسبية هي الأعداد التي يمكن وضعها في صورة نسبة بين عددين صحيحين، مثل $\frac{2}{3}$. وهذه الأعداد ضرورية في الحسابات ولكنها لا تصلح في العد، فلا يوجد وحدة في الكسور ولا تتابع مثل : ٥ تلي ٤ لذلك مضى وقت طويل قبل قبولهم على أنهم أرقام. كذلك فإن هذه الأرقام لها الحسابات الخاصة بها التي هي على درجة عالية من الصعوبة لدرجة يصعب معها فهمها.

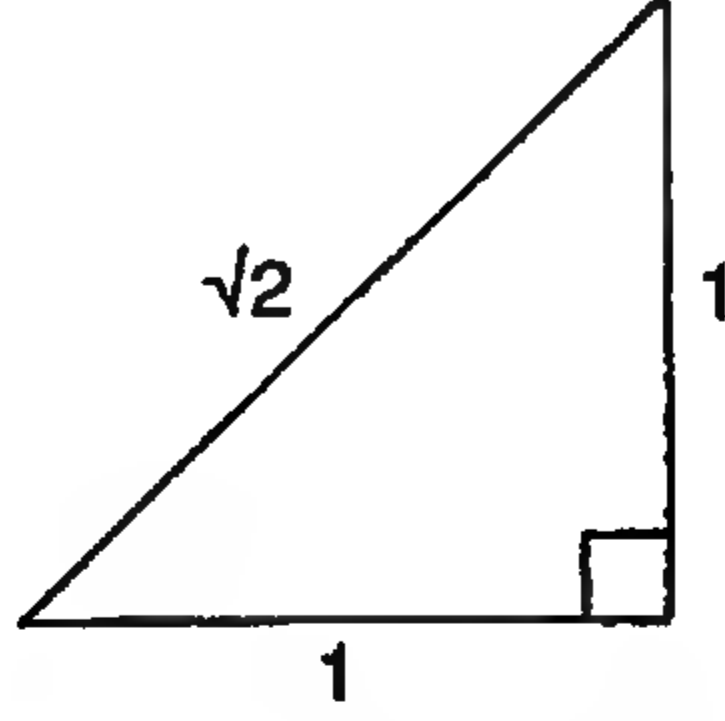


$\frac{11}{15} =$

كل هذه الأنواع كانت معروفة في مختلف الحضارات مثل الحضارة الصينية والهندية. ومع تطور الرياضيات النظرية وخاصة بين اليونانيين، ظهرت صفات غريبة للأرقام والتي أدت إلى ابتكار أنواع جديدة من الأرقام.

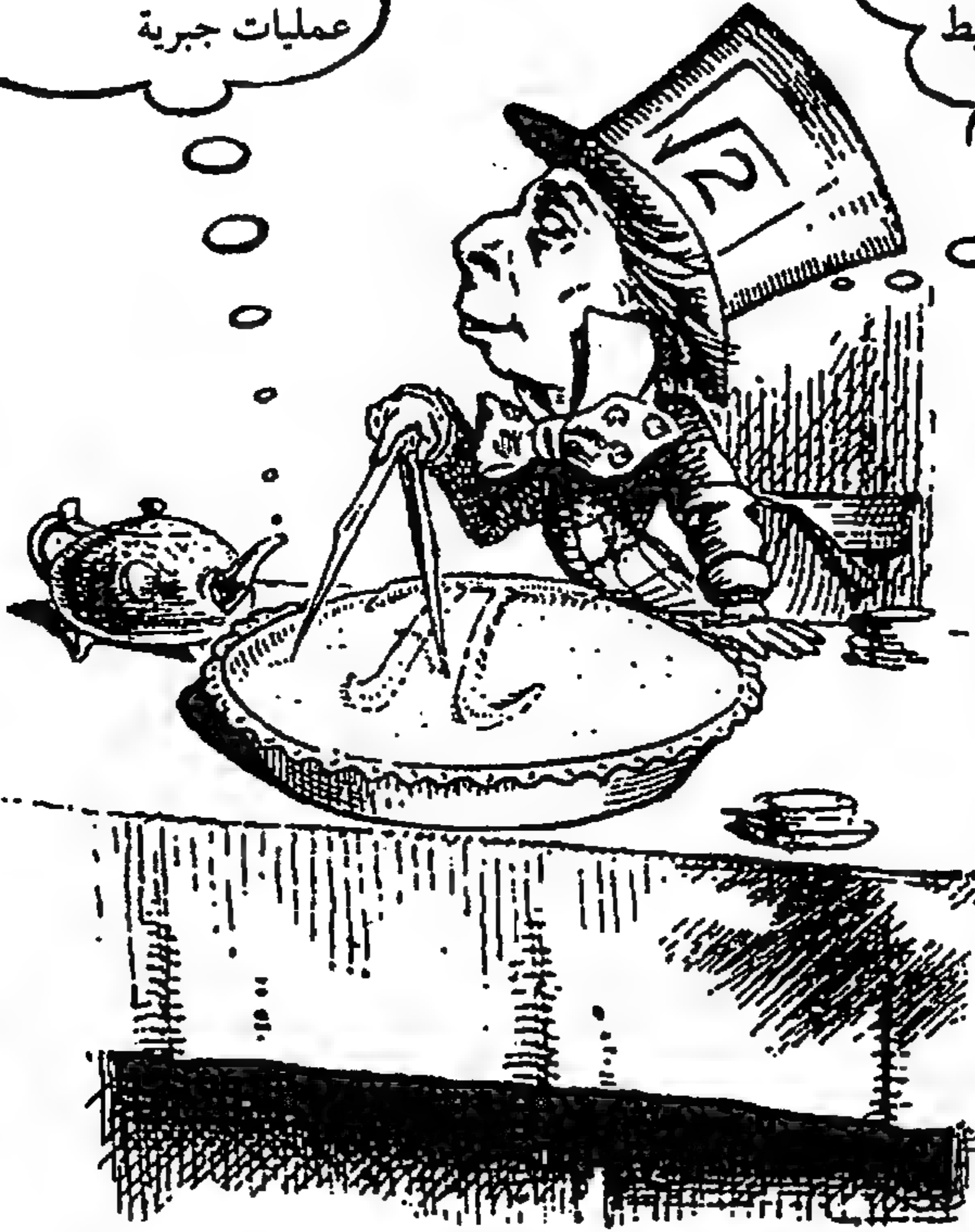
الأرقام غير النسبية وهى الأرقام التى لا يمكن التعبير عنها بنسبة بين رقمين صحيحين .
و $\sqrt{2}$ هو مثال هام لتلك الأرقام حيث إنه ينتج من العمليات الهندسية فهو طول وتر

المثلث قائم الزاوية الذى به طول
ضلعى القائمة الوحدة.
وتسمى هذه الأرقام بالجذور
الصامتة.



بعض الكميات
غير نسبية، لا يمكن التعبير
عنها حتى بأرقام تنتج من
عمليات جبرية

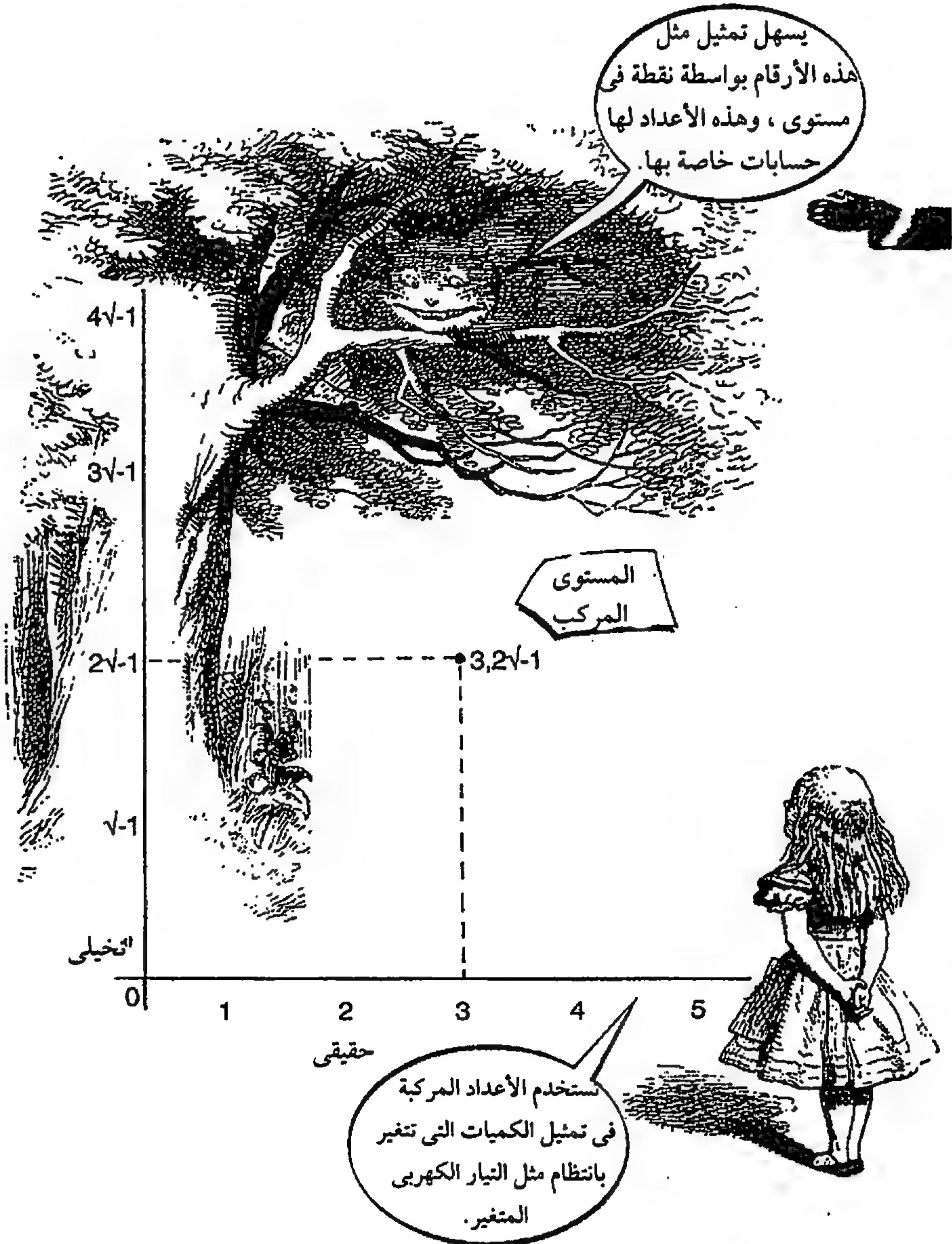
وأشهر هذه
الأرقام هو π أو ط
وهو نسبة محيط
الدائرة
لقطرها.



وعملية اختصار هذه
النسب إلى جذور صماء
تسمى «تربيع الدائرة» وقد
حاول فى ذلك علماء
الرياضة على مدى قرون
حتى تم توضيح أن هذه
عملية مستحيلة فى الأيام
المعاصرة عند ذلك تمت
تسمية هذه الأرقام ! ...

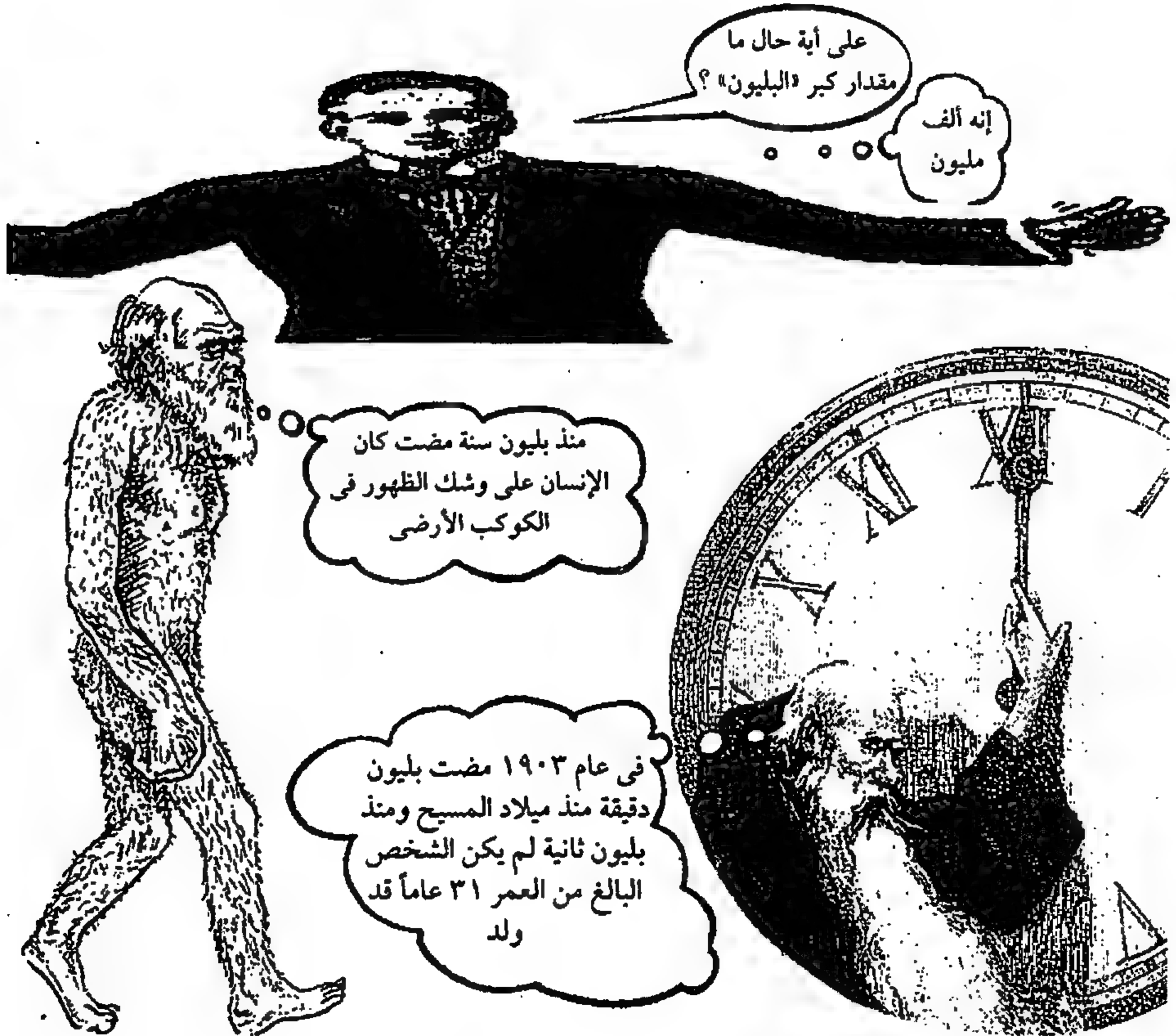


الأعداد التخيلية تنتج من ضرب الأعداد الحقيقية بالكمية التخيلية، وهي الجذر التربيعي لسالب واحد ($\sqrt{-1}$). وعند إضافة عدد تخيلي لآخر حقيقي يسمى الناتج "الأعداد المركبة".



الأرقام الكبيرة

تقوم الأرقام الكبيرة بإرهاب الكثير منا لدرجة أننا نجد صعوبة في تقدير القيمة الحقيقية
لنلك الأرقام.



ويبدو المائة مليون رقماً أكثر ترويعاً، ولكن في هذه الأيام يعتبر رقماً غير عادي بالنسبة لدولة ما، وخاصة بالنسبة
لدولة نامية (أي تكون مدينة بمثل هذا الدين). ولو أن هناك دولة أرادت التخلص من دينها قامت بدفع دولار، أو جنيه

واحد كل ثانية على مدار أربع وعشرين ساعة
يومية وسبعة أيام أسبوعياً واثنين
وخمسين أسبوعاً سنوياً،
ربما تستغرق
٣١٨٠ سنة لسداد ...



وكيفية الوصول إلى هذه الأرقام الكبيرة بسهولة يتم توضيحه بمثال بسيط وهو الخطاب المتسلسل. يقوم شخص ما بإرسال خطابين إلى شخصين يخبر كلاهما بإرساله إلى اثنين آخرين وهكذا. في هذه الحالة قام الشخص الأول بإرسال خطابين، وفي المرحلة الثانية تم إرسال $2 \times 2 = 4$ خطابات أما المرحلة الثالثة ففيها $2 \times 2 \times 2 = 8$ خطابات. إذن كم عدد المجموعات المطلوبة للوصول إلى بليون خطاب ؟



الأسس



الرعد
العظيم
الأسس
تفيض
بداخلي !

سن

من الواضح أن
كتابة البليون
مرهقة جداً، ولحسن
الحظ توجد نظرية
ملائمة لكتابة الأرقام
الكبيرة. ومن الممكن أن
نلاحظ ذلك من خلال البليون
الذي يساوي :

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \\ 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

لذلك إذا رمزنا لحاصل ضرب عشرين
ببعض بالرمز 10^2 وحاصل ضرب ثلاث
عشرات بـ 10^3 وهكذا من الممكن كتابة
المليون هكذا 10^6

أما البليون فيصبح 10^9 ، بالإضافة إلى ذلك
نكتب خمسة بليون هكذا 5×10^9 .

وعملية رفع أي شيء إلى أس ما تعني أن هذا الشيء
يضرب في نفسه عدداً من المرات مساو لهذا الأس،
لذلك 2^5 تعني $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ أو ٣٢.

ومن الممكن أن نُزيد ألفتنا مع هذه الملاحظات بتفقد المثال التالي :



أصغر رقم في هذه الاحتمالات هي $٢ = ٢ = ٢^٤ = ١٦$ ، يليه ٢٢٢ ثم بعد ذلك $٢٢ = ٢^٥ = ٤٨٤$ وأكبر رقم هو $٢٢ = ٢^٧ = ١٢٨$.
 وكتابة الأسس تصلح أيضاً في حالة الكسور ، ولتحويل أس ما إلى كسر نقوم ببساطة بوضع إشارة سالب أمام الأس ، لذلك $١٠^{-١} = \frac{١}{١٠}$ ، $١٠^{-٢} = \frac{١}{١٠٠}$ ، $١٠^{-٣} = \frac{١}{١٠٠٠}$ وهكذا.



وبنفس الطريقة إذا كبرنا خريطة أو رسمة ما عدد س من المرات، فإن عدد س^٢ ضعفاً من الورق يكون مطلوباً لذلك. ونسمى س، س^٢، س^٣، س^٤، س^٥ بالأس الأول، والثاني، والثالث، والرابع، والخامس لـ س على الترتيب. وكان يطلق على الأسس في البداية «التربيع» و«التكعيب» من خلال معناهم الهندسي. وبالطبع بدلاً من ٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥ من

الممكن أن يكون هناك أي أس آخر؛ باستخدام «ن» لتعبر عن أي رقم نقول : إن س^ن تسمى الأس النوني لـ س.



وعلى مر العصور، كان علماء الرياضيات مرتبكين من هذه الأسس الكبيرة؛ فلم يتمكنوا من تخيل فراغ زائد يمكنهم وصف شكل الأرقام فيه.

وقد قدم عالم الرياضيات المسلم «ابن يحيى الصموغلي» (المتوفى عام ١١٧٥) في كتابه «الباهر» (الذي ألفه عندما كان عمره تسعة عشر عاماً) لأول مرة تعريفاً ...

أس الصفر



هذا يعني أن أي شيء مرفوعاً لأس صفر يساوي ١

لأننا لو قمنا بضرب أي شيء في نفسه عدد «صفر مرة» نحصل على الوحدة.



اللوغاريتمات

اللوغاريتم هو الأس الذي يُرفع إليه رقم ما
ليعطى رقماً آخر ، ويسمى الرقم الأول الأساس.
وحيث إن $10^2 = 100$ فهذا يعنى أن لو ١٠
 $100 = 2$ ، وتقرأ كالتالى : لو للأساس ١٠
للرقم ١٠٠ يساوى اثنين.

والأساسات الأكثر شيوعاً للوغاريتمات هي
١٠. والعدد الأسى e (أو الأساس الطبيعي ،
انظر صفحة ١٠٥).

وحيث أن $10^0 = 1$ أى س فهذا يعنى أن
لو ١ = صفر لأى أساس.

ولضرب أو قسمة تعبيرين لوغاريتميين نقوم
باستخدام القاعدة «ضرب أو قسمة أس رقم ما
يعبر عنه بجمع أو طرح الأسس» ، لذلك لو
(س X ص) ببساطة يساوى لو س + لو ص.



الجمع أسهل بكثير
من الضرب

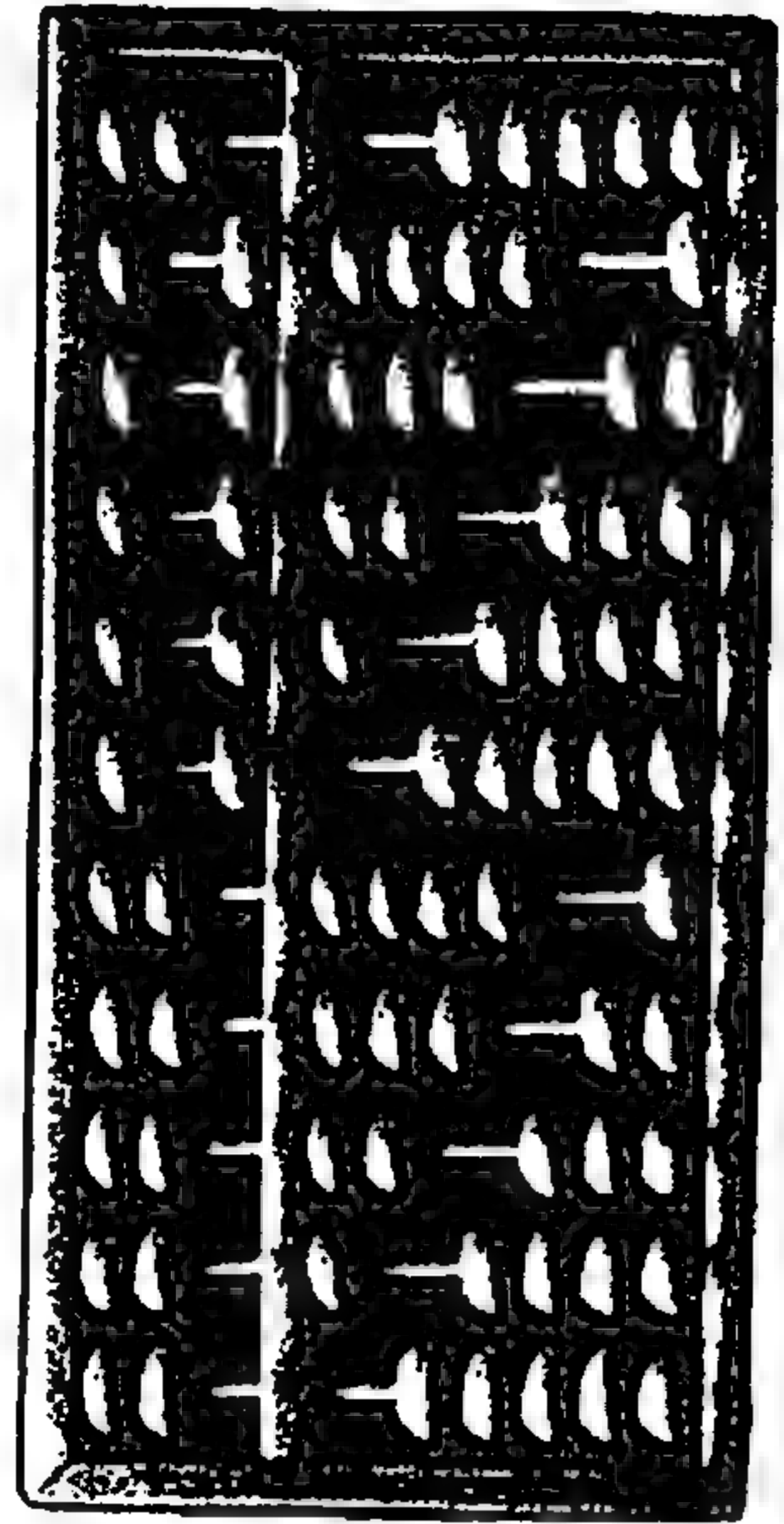
واللوغاريتمات تعتبر ذات نفع عظيم في تبسيط الحسابات الطويلة المعقدة. فللقيام بعملية ضرب أو قسمة عددين كبيرين نقوم أولاً باستخراج لوغاريتماتهم من الجدول ثم نجمعهم أو نطرحهم ونضع الناتج في الجدول لاستخراج المجموع (أو خارج القسمة).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0838	0884	0929	0973	1016	1058	1100	1141	1181	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2202	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2832	2854	2876	2897	2919	2940	2961	2982	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3031	3052	3073	3094	3114	3135	3155	3175	3195	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3242	3262	3282	3302	3321	3341	3360	3379	3398	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3443	3462	3481	3500	3519	3538	3557	3575	3594	2	4	6	8	10	12	14	16	18
23	3617	3635	3653	3671	3689	3707	3725	3743	3761	3779	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3882	3900	3917	3935	3952	3969	3986	4003	4020	4037	2	4	5	7	9	11	13	15	17
25	4074	4091	4108	4125	4142	4158	4175	4192	4209	4226	2	3	5	7	9	11	13	15	17
26	4268	4284	4301	4317	4334	4350	4367	4383	4399	4416	2	3	5	7	9	11	13	15	17
27	4432	4448	4464	4480	4496	4512	4528	4544	4560	4576	2	3	5	7	9	11	13	15	17
28	4592	4607	4623	4638	4654	4669	4685	4700	4716	4731	2	3	5	7	9	11	13	15	17
29	4747	4762	4777	4792	4808	4823	4838	4853	4868	4884	2	3	5	7	9	11	13	15	17
30	4899	4914	4929	4944	4959	4974	4989	5004	5019	5034	2	3	5	7	9	11	13	15	17
31	5049	5064	5079	5094	5109	5124	5139	5154	5169	5184	2	3	5	7	9	11	13	15	17
32	5199	5214	5229	5244	5259	5274	5289	5304	5319	5334	2	3	5	7	9	11	13	15	17
33	5349	5364	5379	5394	5409	5424	5439	5454	5469	5484	2	3	5	7	9	11	13	15	17
34	5499	5514	5529	5544	5559	5574	5589	5604	5619	5634	2	3	5	7	9	11	13	15	17
35	5649	5664	5679	5694	5709	5724	5739	5754	5769	5784	2	3	5	7	9	11	13	15	17
36	5799	5814	5829	5844	5859	5874	5889	5904	5919	5934	2	3	5	7	9	11	13	15	17
37	5949	5964	5979	5994	6009	6024	6039	6054	6069	6084	2	3	5	7	9	11	13	15	17
38	6099	6114	6129	6144	6159	6174	6189	6204	6219	6234	2	3	5	7	9	11	13	15	17
39	6249	6264	6279	6294	6309	6324	6339	6354	6369	6384	2	3	5	7	9	11	13	15	17
40	6399	6414	6429	6444	6459	6474	6489	6504	6519	6534	2	3	5	7	9	11	13	15	17
41	6549	6564	6579	6594	6609	6624	6639	6654	6669	6684	2	3	5	7	9	11	13	15	17
42	6699	6714	6729	6744	6759	6774	6789	6804	6819	6834	2	3	5	7	9	11	13	15	17
43	6849	6864	6879	6894	6909	6924	6939	6954	6969	6984	2	3	5	7	9	11	13	15	17
44	6999	7014	7029	7044	7059	7074	7089	7104	7119	7134	2	3	5	7	9	11	13	15	17
45	7149	7164	7179	7194	7209	7224	7239	7254	7269	7284	2	3	5	7	9	11	13	15	17
46	7299	7314	7329	7344	7359	7374	7389	7404	7419	7434	2	3	5	7	9	11	13	15	17
47	7449	7464	7479	7494	7509	7524	7539	7554	7569	7584	2	3	5	7	9	11	13	15	17
48	7599	7614	7629	7644	7659	7674	7689	7704	7719	7734	2	3	5	7	9	11	13	15	17
49	7749	7764	7779	7794	7809	7824	7839	7854	7869	7884	2	3	5	7	9	11	13	15	17
50	7899	7914	7929	7944	7959	7974	7989	8004	8019	8034	2	3	5	7	9	11	13	15	17
51	8049	8064	8079	8094	8109	8124	8139	8154	8169	8184	2	3	5	7	9	11	13	15	17
52	8199	8214	8229	8244	8259	8274	8289	8304	8319	8334	2	3	5	7	9	11	13	15	17
53	8349	8364	8379	8394	8409	8424	8439	8454	8469	8484	2	3	5	7	9	11	13	15	17
54	8499	8514	8529	8544	8559	8574	8589	8604	8619	8634	2	3	5	7	9	11	13	15	17
55	8649	8664	8679	8694	8709	8724	8739	8754	8769	8784	2	3	5	7	9	11	13	15	17
56	8799	8814	8829	8844	8859	8874	8889	8904	8919	8934	2	3	5	7	9	11	13	15	17
57	8949	8964	8979	8994	9009	9024	9039	9054	9069	9084	2	3	5	7	9	11	13	15	17
58	9099	9114	9129	9144	9159	9174	9189	9204	9219	9234	2	3	5	7	9	11	13	15	17
59	9249	9264	9279	9294	9309	9324	9339	9354	9369	9384	2	3	5	7	9	11	13	15	17
60	9399	9414	9429	9444	9459	9474	9489	9504	9519	9534	2	3	5	7	9	11	13	15	17
61	9549	9564	9579	9594	9609	9624	9639	9654	9669	9684	2	3	5	7	9	11	13	15	17
62	9699	9714	9729	9744	9759	9774	9789	9804	9819	9834	2	3	5	7	9	11	13	15	17
63	9849	9864	9879	9894	9909	9924	9939	9954	9969	9984	2	3	5	7	9	11	13	15	17
64	9999	10014	10029	10044	10059	10074	10089	10104	10119	10134	2	3	5	7	9	11	13	15	17
65	10149	10164	10179	10194	10209	10224	10239	10254	10269	10284	2	3	5	7	9	11	13	15	17
66	10299	10314	10329	10344	10359	10374	10389	10404	10419	10434	2	3	5	7	9	11	13	15	17
67	10449	10464	10479	10494	10509	10524	10539	10554	10569	10584	2	3	5	7	9	11	13	15	17
68	10599	10614	10629	10644	10659	10674	10689	10704	10719	10734	2	3	5	7	9	11	13	15	17
69	10749	10764	10779	10794	10809	10824	10839	10854	10869	10884	2	3	5	7	9	11	13	15	17
70	10899	10914	10929	10944	10959	10974	10989	11004	11019	11034	2	3	5	7	9	11	13	15	17
71	11049	11064	11079	11094	11109	11124	11139	11154	11169	11184	2	3	5	7	9	11	13	15	17
72	11199	11214	11229	11244	11259	11274	11289	11304	11319	11334	2	3	5	7	9	11	13	15	17
73	11349	11364	11379	11394	11409	11424	11439	11454	11469	11484	2	3	5	7	9	11	13	15	17
74	11499	11514	11529	11544	11559	11574	11589	11604	11619	11634	2	3	5	7	9	11	13	15	17
75	11649	11664	11679	11694	11709	11724	11739	11754	11769	11784	2	3	5	7	9	11	13	15	17
76	11799	11814	11829	11844	11859	11874	11889	11904	11919	11934	2	3	5	7	9	11	13	15	17
77	11949	11964	11979	11994	12009	12024	12039	12054	12069	12084	2	3	5	7	9	11	13	15	17
78	12099	12114	12129	12144	12159	12174	12189	12204	12219	12234	2	3	5	7	9	11	13	15	17
79	12249	12264	12279	12294	12309	12324	12339	12354	12369	12384	2	3	5	7	9	11	13	15	17
80	12399	12414	12429	12444	12459	12474	12489	12504	12519	12534	2	3	5	7	9	11	13	15	17
81	12549	12564	12579	12594	12609	12624	12639	12654	12669	12684	2	3	5	7	9	11	13	15	17
82	12699	12714	12729	12744	12759	12774	12789	12804	12819	12834	2	3	5	7	9	11	13	15	17
83	12849	12864	12879	12894	12909	12924	12939	12954	12969	12984	2	3	5	7	9	11	13</		

الحساب

عملية ضرب الأرقام من كل الأنواع والحصول على ناتج تسمى الحساب، وهو متضمن في كل العمليات الرياضية. وكان الحساب يتم في البداية باستخدام الحصى كما كان يفعل اليونانيون القدماء باستخدام الحصى للقيام بالحسابات الأولية. وأصل كلمة يحسب Calculate في اللغة الإنجليزية هي كلمة «Calculus» اللاتينية والتي تعني «حصاة».

	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
4	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
7	7686	7694	7701	1	2	2	3	4	5	5	6	7
32	7760	7767	7774	1	2	2	3	4	5	5	6	7
25	7832	7839	7846	1	2	2	3	4	5	5	6	7
166	7903	7910	7917	1	2	2	3	4	5	5	6	7
766	7973	7980	7987	1	2	2	3	4	5	5	6	7
035	8041	8048	8055	1	2	2	3	4	5	5	6	7
102	8109	8116	8122	1	2	2	3	4	5	5	6	7
1169	8176	8182	8189	1	2	2	3	4	5	5	6	7
1235	8241	8248	8254	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8299	8306	8312	8319	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8363	8370	8376	8382	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8426	8432	8439	8445	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8488	8494	8500	8506	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8549	8555	8561	8567	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8609	8615	8621	8627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8669	8675	8681	8686	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8727	8733	8739	8745	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8785	8791	8797	8801	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8842	8848	8854	8859	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8899	8901	8910	8915	1	2	2	3	4	5	5	6	7
8954	8960	8965	8971	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9009	9015	9020	9025	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9063	9069	9074	9079	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9117	9122	9128	9133	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9170	9175	9180	9185	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9222	9227	9232	9238	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9274	9279	9284	9289	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9325	9330	9335	9340	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9375	9380	9385	9390	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9420	9425	9430	9435	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9469	9474	9479	9484	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9518	9523	9528	9533	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9566	9571	9576	9581	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9614	9619	9624	9628	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9661	9666	9671	9675	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9708	9713	9717	9722	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9754	9759	9763	9768	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9800	9805	9809	9814	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9845	9850	9854	9859	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9890	9894	9899	9903	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9934	9939	9943	9948	1	2	2	3	4	5	5	6	7
9978	9983	9987	9991	1	2	2	3	4	5	5	6	7
4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7

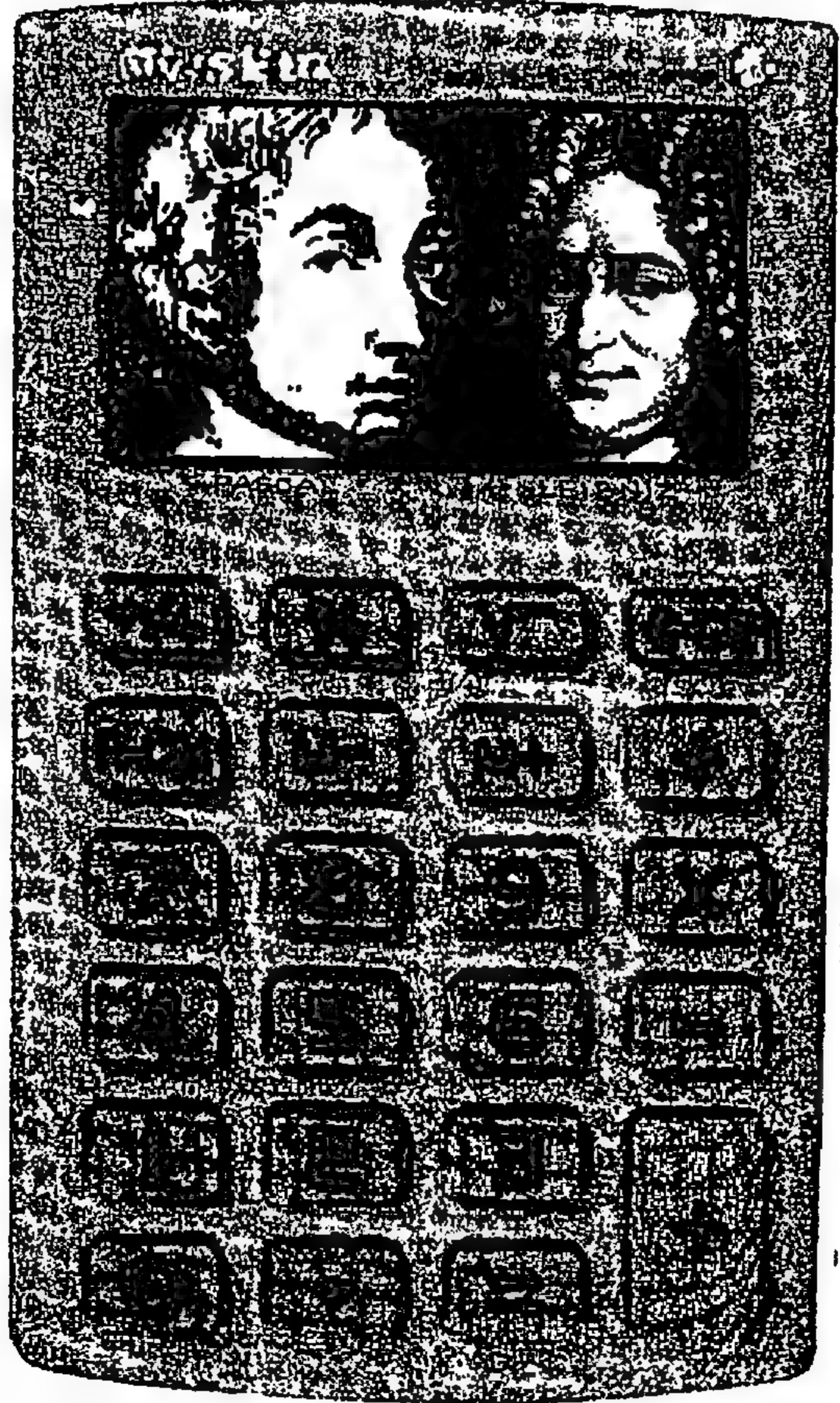


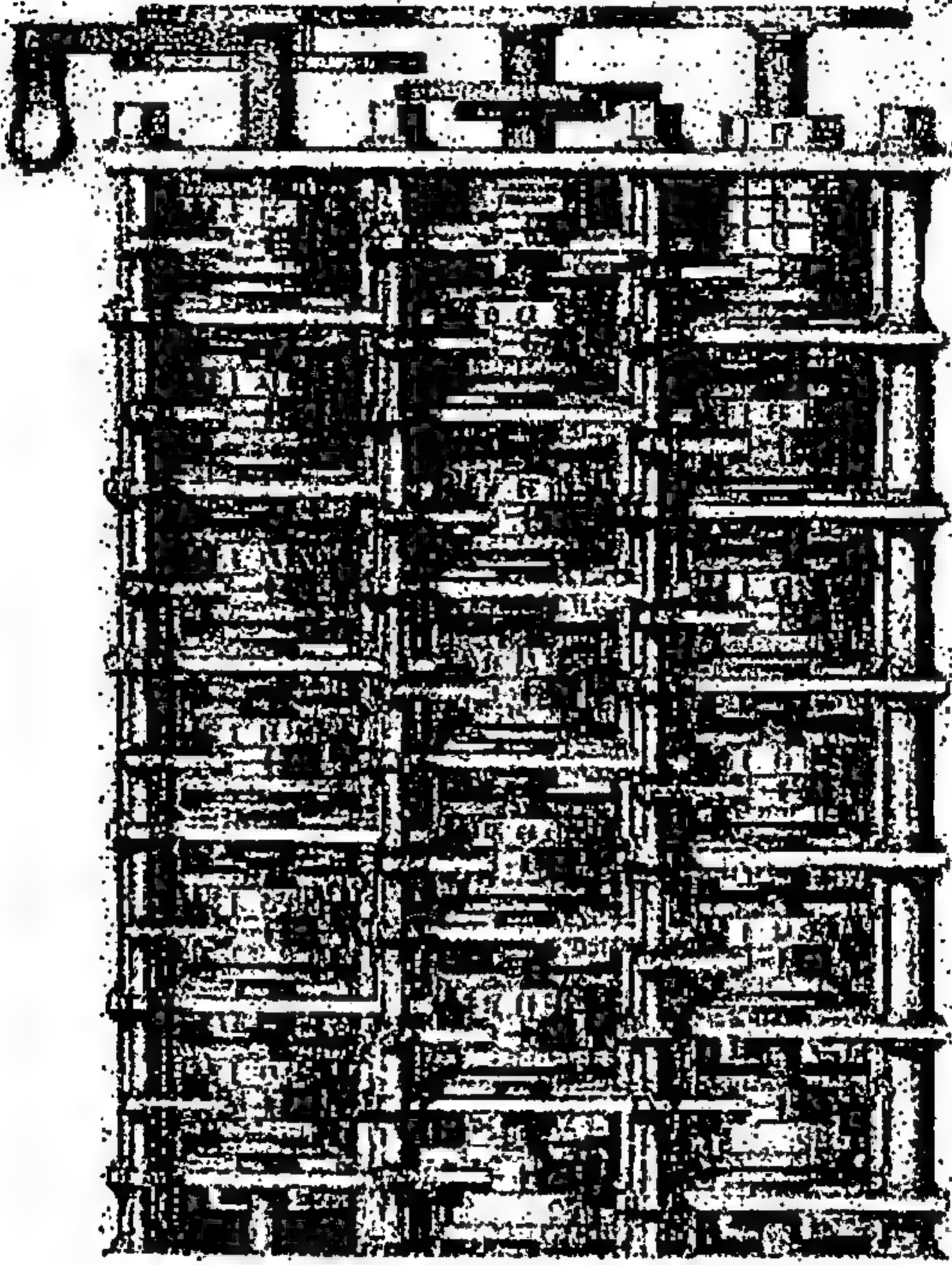
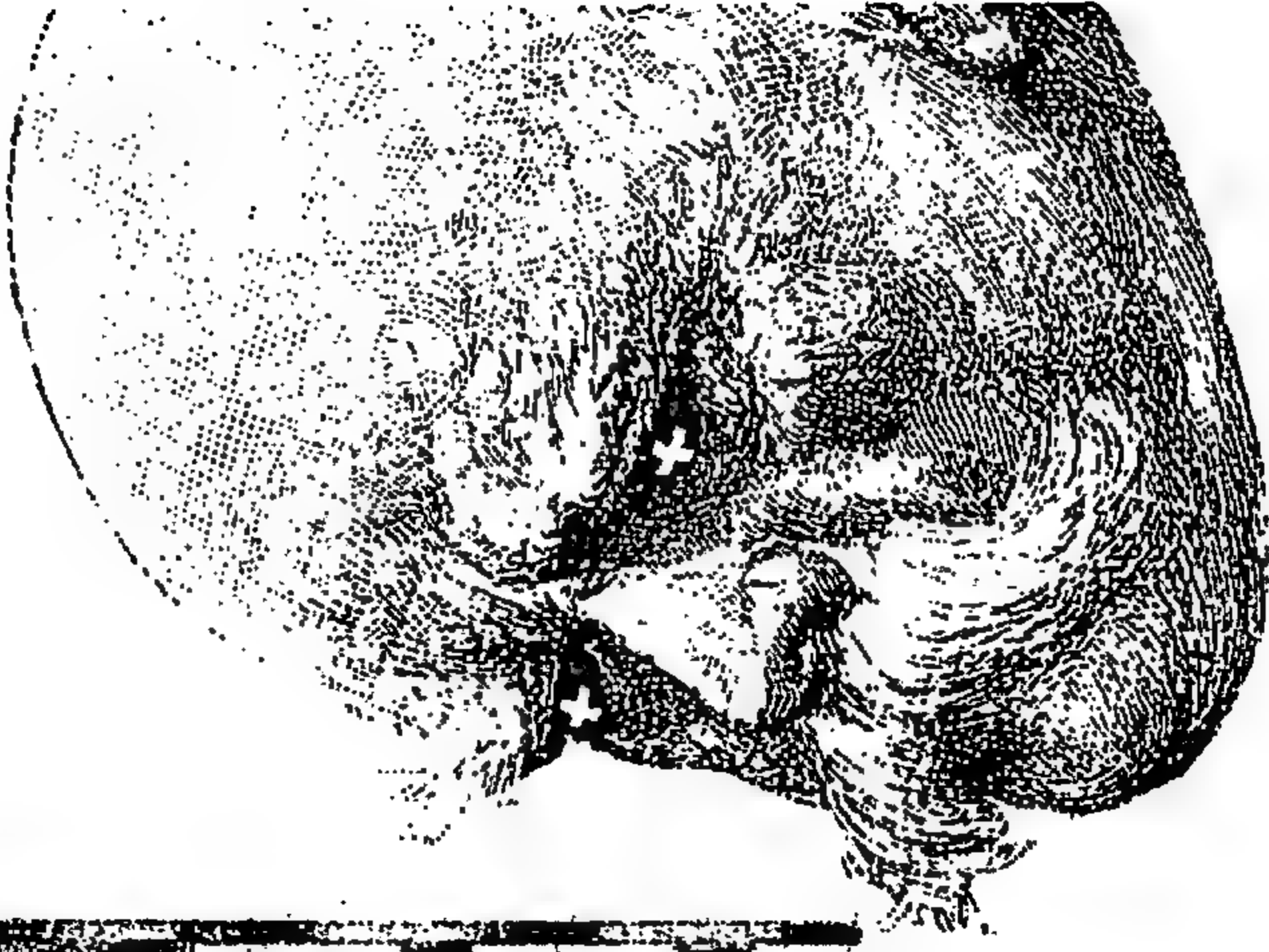
وحتى هذه الأيام يعتبر عداد أباكوس (ذو الخرزات على الأسلاك) هو أوسع جهاز عد انتشاراً. وحتى في هذه الأيام، المستخدم الماهر لهذا العداد يستطيع أن يعد الخرزات أسرع من الوقت الذي يستهلكه مشغل لوحة المفاتيح الرقمية للبحث عن المفاتيح.

وقد ظهرت آلات الحساب فى صورتين أساسيتين : آلات الجمع البسيطة وكانت تقتصر على القيام بالطرح والجمع، والآلات الحاسبة والتي تتمكن من القيام ليس بالضرب والقسمة فقط

... ولكن بالإضافة
إلى ذلك العديد من
الوظائف الأخرى

وكانت أول آلة جمع قد اخترعت بواسطة العالم الفرنسى بليه باسكال (١٦٢٣ - ١٦٦٢) فى عام ١٦٤٢ وكانت تتمكن من الجمع وحمل الباقي. وفى عام ١٦٧١ قام العالم الألمانى جوتفريد ويلهلم فون لينز (١٦٤٦ - ١٧١٦) بإنتاج جهاز يتمكن من القيام بعمليات الضرب عن طريق الجمع التكرارى.





وفي عام ١٨٢٢ قام عالم الرياضيات والمخترع الإنجليزي تشارلز باباج (١٧٩٢ - ١٨٧١) ببناء آلة جمع صغيرة . وبعد عشرة سنوات قام بتركيز تفكيره في «آلة الطرح»، والتي اعتبرت بداية الحاسب الرقمي. بعد ذلك تم توظيفه في مشروع إنشاء الموتور التحليلي» والذي لم يبن أبداً وتوجد الآن صورة منقولة عن جزء منه قد تم بناؤه، في متحف لندن العلمي.



والحسابات ،
مهما كانت معقدة، لا تكفى
لحل المسائل في كل الأحيان.
في بعض الأحيان نحتاج إلى
المعادلات

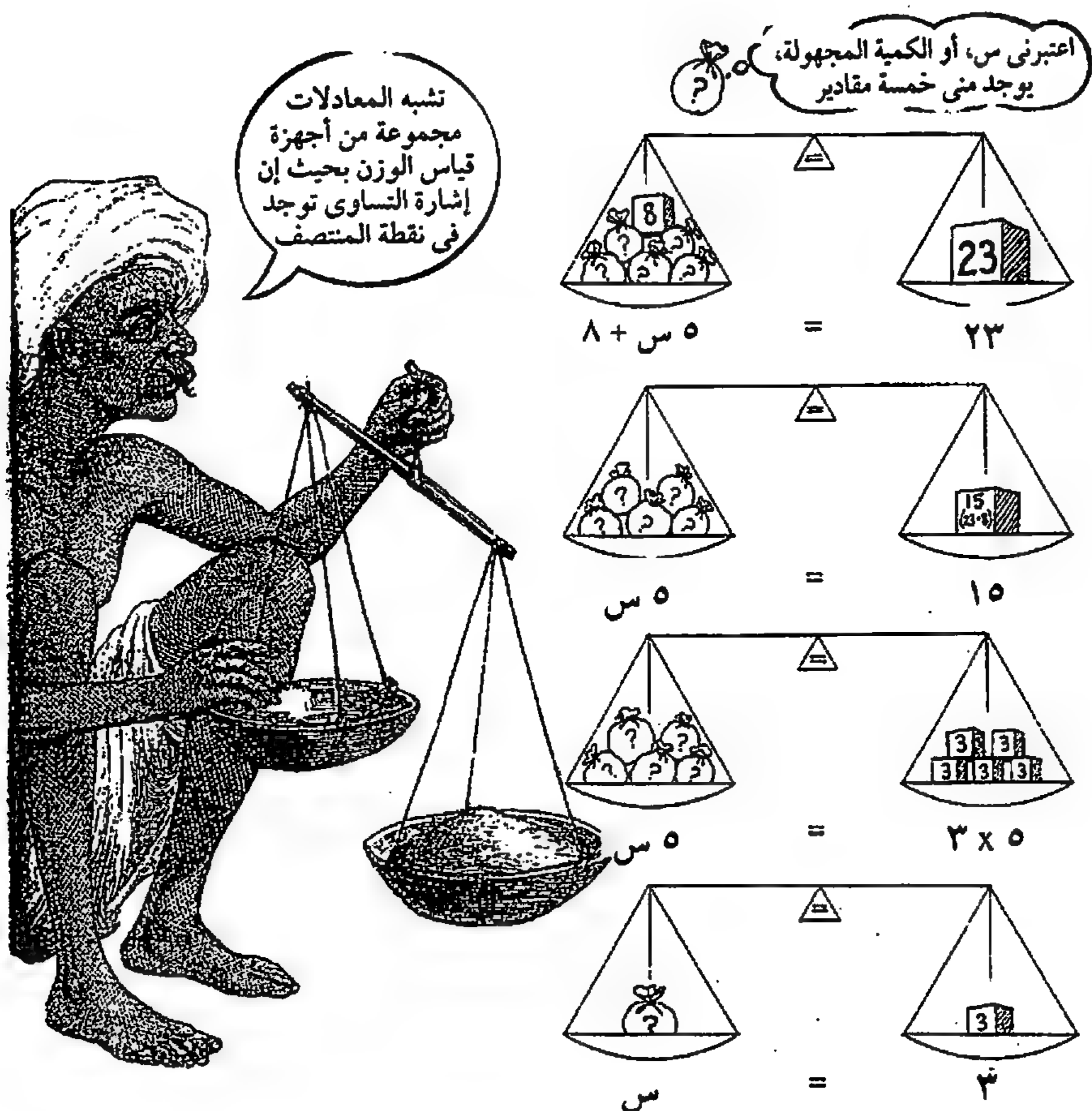
المعادلات

المعادلات هي لب الرياضيات، وهي تستخدم في كل أفرع الرياضيات البحتة والتطبيقية عدا الرياضيات البدائية جداً. وكذلك تستخدم المعادلات في العلوم الفيزيائية والحيوية والاجتماعية. وكما هو متضمن في اسمها ، فالمعادلات تنص على تساوي تعبيرين وغالباً ما تتضمن كميات غير معروفة وتسمى بعضها بالمتغيرات والبعض الآخر بالثوابت أو العوامل. وتستخدم المعادلات كذلك في تعريف الكميات المختلفة أو النص على العلاقة بين بعض المتغيرات.



وقبل اختراع المعادلات كانت المسائل الرياضية تحل بطرق معقدة بارعة جداً، والآن تم اختصارها إلى صيغة بسيطة جداً.

فى المعادلة $5س + 8 = 23$ ، س هو المجهول المطلوب حسابه ، من الممكن حساب قيمة س بطريقة التجريب والخطأ، أو بطريقة بسيطة (وهى طرح 8 من كلا الجانبين وبعد ذلك القسمة على 5).



وهذه المعادلة تتحقق أو تُحل عندما تكون $س = 3$ عند ذلك يكون كلا جانبي المعادلة متساويين. وعندما تكون كل قيم المتغيرات تؤدي إلى تحقق المعادلة، تسمى المعادلة فى هذه الحالة بالمتطابقة. على سبيل المثال، المعادلة $(س + ص) = 2$ ، $س = 2 + ص$ ، $ص = 2$ تسمى متطابقة لأنها صحيحة لكل القيم الممكنة للمجاهيل. وهذه المتطابقات مفيدة جداً فى المعالجة الجبرية البارة، حيث تقوم بإبدال التعبيرات المعقدة جداً بأخرى أبسط.



المعادلات الخطية
تحتوى على متغيرات مرفوعة إلى أس واحد
مثل $5س + 8 = 23$
وسميت هذه المعادلات كذلك لأنهم عندما
يتم رسمهم فى رسومات بيانية يكونون على
صورة خط مستقيم



المعادلات التربيعية
تحتوى على متغير واحد مرفوعاً للأس ٢،
هذه المعادلات لها دائماً جذران ومن الممكن أن يكونا
متساويين. على سبيل المثال : المعادلتان $س^2 = 4$ و
 $س^2 - 3س + 3 = 0$ معادلتان تربيعيتان لهما جذران (٢، -٢)
و (٢، -٢) على الترتيب. أما المعادلة
 $س^2 - 4س + 4 = 0$ فلها جذران
متساويان وهما $س = 2$



المعادلات التكعيبية
يكون فيها متغير واحد مرفوعاً للأس ٣، وهى لها
ثلاثة جذور دائماً بالرغم من أن يكون اثنان منهما أو
الثلاثة متساويين. ومن الممكن أيضاً أن يكون أحد
الجذور (أو اثنان) عدداً مركباً ولا يمكن أن يكون ثلاثة
أعداد مركبة. والمعادلة $س^3 - 3س^2 + 11س - 6 = 0$
معادلة تكعيبية لها جذور $س = 1, 2, 3$

وتسمى المعادلات الخطية والتربيعية والتكعيبية معادلات من الدرجة الأولى والثانية والثالثة على الترتيب. والمعادلات حتى الدرجة الرابعة يمكن تمثيل جذورها بصيغة رياضية تتضمن جذوراً تربيعية وبعض الحسابات مثل المعادلة $أس^2 + ب س + ج = ٠$ صيغة جذورها تكون :

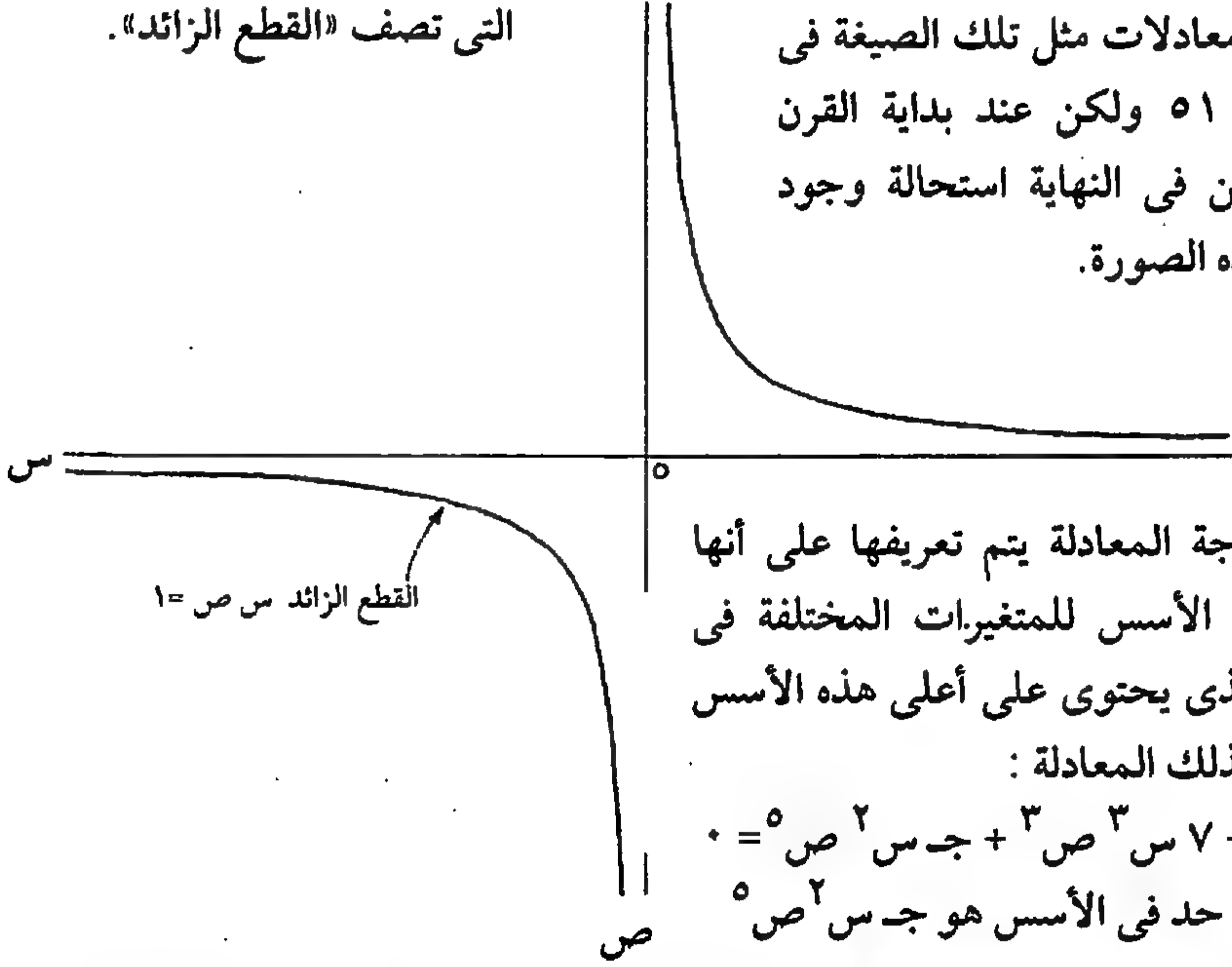
$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢ أ}$$



ربما يكون المقدار
الموجود تحت الجذر التربيعي
($\sqrt{\quad}$) أقل من الصفر، في هذه
الحالة تكون الجذور على صورة
أعداد مركبة

لا توجد حدود لدرجات هذه
المعادلات الجبرية ولكن هناك
حدود فاصلة عند المعادلات
الخماسية، فعلى مر العصور كانت
هناك محاولات لإيجاد صيغة لجذور
تلك المعادلات مثل تلك الصيغة في
صفحة ٥١ ولكن عند بداية القرن
١٩ تبين في النهاية استحالة وجود
مثل هذه الصورة.

والمعادلات من الممكن أن
تحتوى على أكثر من متغير في أحد
حدودها، ومثال لذلك المعادلة :
س ص = ١ المعادلة الهندسية
التي تصف «القطع الزائد».



ودرجة المعادلة يتم تعريفها على أنها
مجموع الأسس للمتغيرات المختلفة في
الحد الذي يحتوى على أعلى هذه الأسس
ومثال لذلك المعادلة :

$$٥س + ٧س^٣ + ٣ص^٣ + ٢ص^٢ = ٠$$

أعلى حد في الأسس هو ج س^٣ ص^٢





عندما تكون هناك معادلة واحدة تحتوي على متغيرين فهي غير قابلة للحل بالطبيعة، ولكن إذا كان لدينا اثنان من هذه المعادلات، من الممكن أن نقوم بحلهم لإيجاد قيم كلا المتغيرين.

وعندما يكون لدينا مجموعة من معادلتين أو أكثر في متغيرين أو أكثر فمن الممكن حلهم آنياً بمعالجة بسيطة.
وكمثال لذلك :

$$(1) \quad 2س + 3ص = 0 \quad 2س + 4ص = 6$$

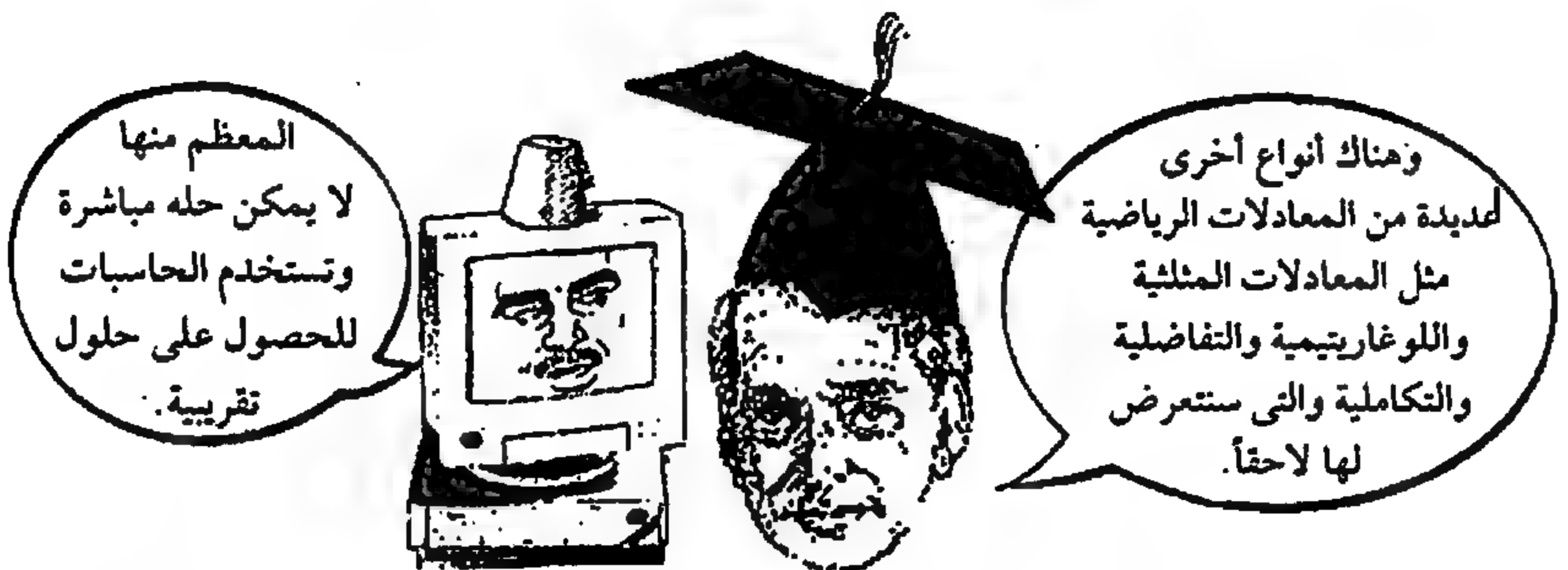
$$(2) \quad \text{بضرب المعادلة الأولى في 2 نحصل على } 4س + 8ص = 12$$

$$(3) \quad \text{وبطرح المعادلة الثانية من هذه المعادلة نحصل على } 3ص = 6$$

$$(4) \quad \text{لذلك } 3ص = 6$$

$$\text{وبالتعويض عن قيمة س في المعادلة الأولى نجد أن } 3ص = 6$$

وهناك بعض المعادلات الآنية الأكثر تعقيداً من ذلك ومن الممكن أن تحل بنفس الطريقة.

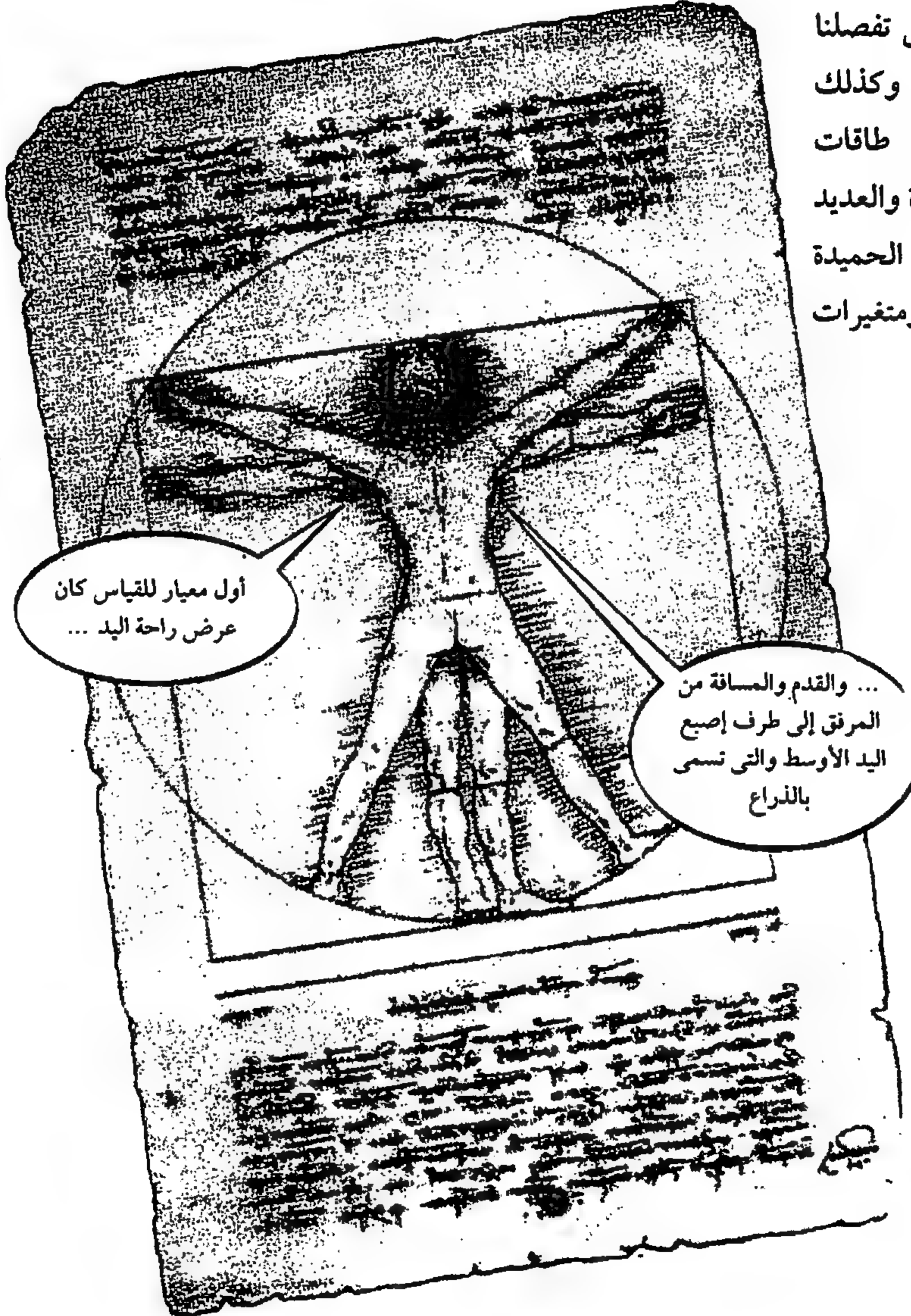


القياس



القياسات جزء مهم جداً من الرياضيات ،
فنحن نقوم بقياس كل شيء تقريباً. وتنوع
القياسات من الوقت والأبعاد والأوزان
والسعات والحجوم والكهرباء والحرارة وحتى

المسافات التي تفصلنا
عن النجوم، وكذلك
نقوم بقياس طاقات
مكونات النواة والعديد
من الأشياء الحميدة
مثل الذكاء ومتغيرات
البيئة.



وينحدر «النظام الدولي» من النظام المترى الذى وضعه الفرنسيون أثناء فترة التطور الفرنسى. وهذا النظام يمدنا بمجموعة من الوحدات

للكميات المشتقة من الكميات

الأساسية مثل : المتر (م) للطول ،

والثانية (ث) للزمن ،

والكيلوجرام (كجم) للكتلة.

ومعظم القياسات العملية يتم التعبير عنها فى صورة أسس

العشرة من الوحدة مثل المليمتر (مم) للطول ، والذى

يساوى 10^{-3} من المتر.



وفى هذه الأيام تبنى
القياسات على العلم



ويشذ الوقت
من هذه القاعدة حيث
إن كل محاولات الفرنسيين
لتقسيم الشهر إلى ثلاثة عقود
مكونة من عشرة أيام ، واليوم
إلى عشر ساعات ، والساعة
إلى مائة ثانية قد باءت بالفشل
ولذلك بقى النظام الذى
اخترعه البابليون قائماً

وكل وحدة أساسية لها تعريف وطريقة قياس محددة من قبل الهيئات الدولية الرسمية، وبالطبع تتغير هذه التعريفات كلما ظهرت طرق قياس أفضل.



وبدا تعريف المتر
على أنه ١/٤٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠
من محيط الكرة الأرضية
وفي هذا القرن تم قياس المتر
عن طريق سرعة الضوء وفي
هذه الأيام يقاس بالطول
الموجي لضوء ذى
لون محدد

ولا تزال بعض الدول تستخدم
النظام الملكى القديم الذى يحتوى
على الرطل والياردة وثمان الجالون

وربع الجالون. ولكن مقياس ثمن الجالون وربع الجالون
والجالون الأمريكى يساوى أربعة أخماس نظيره الإنجليزى،
لذلك فإن السيارات الأمريكية التى تستهلك وقوداً أكثر بالنسبة
لعدد الأميال الأقل الذى تقطعه لكل جالون ...



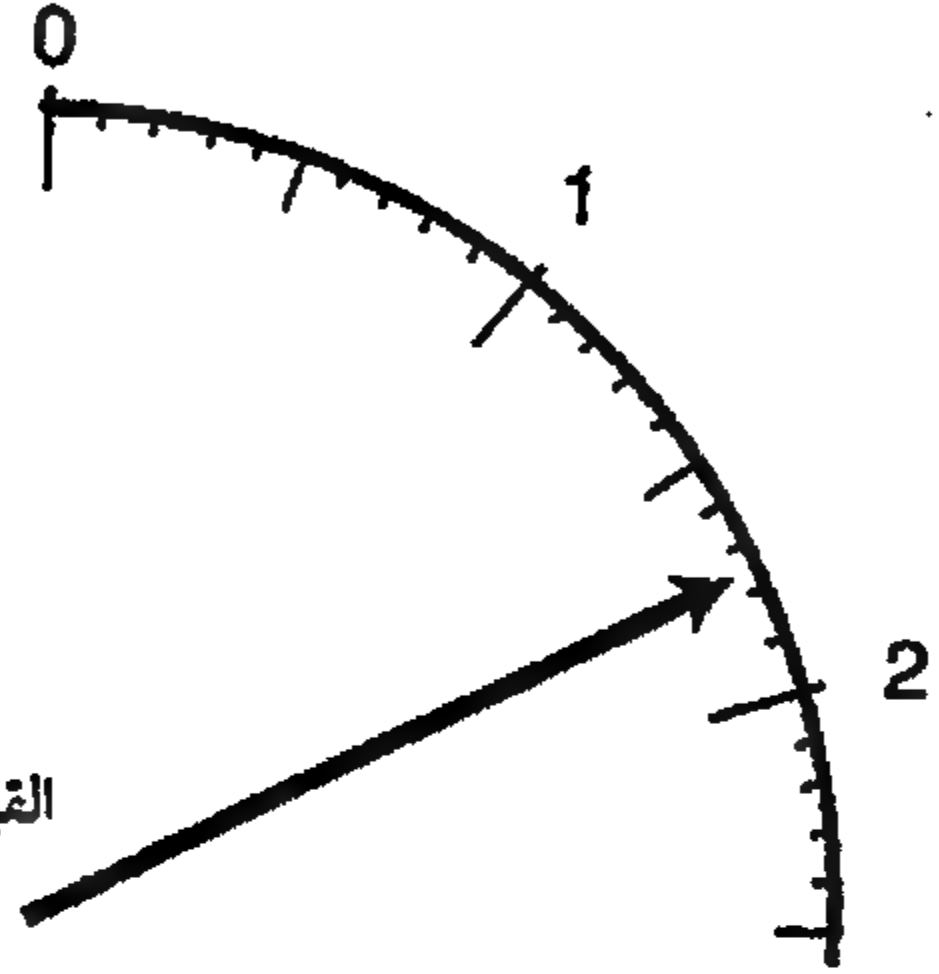
... لا نعتبر على
هذا الحد من
السوء!



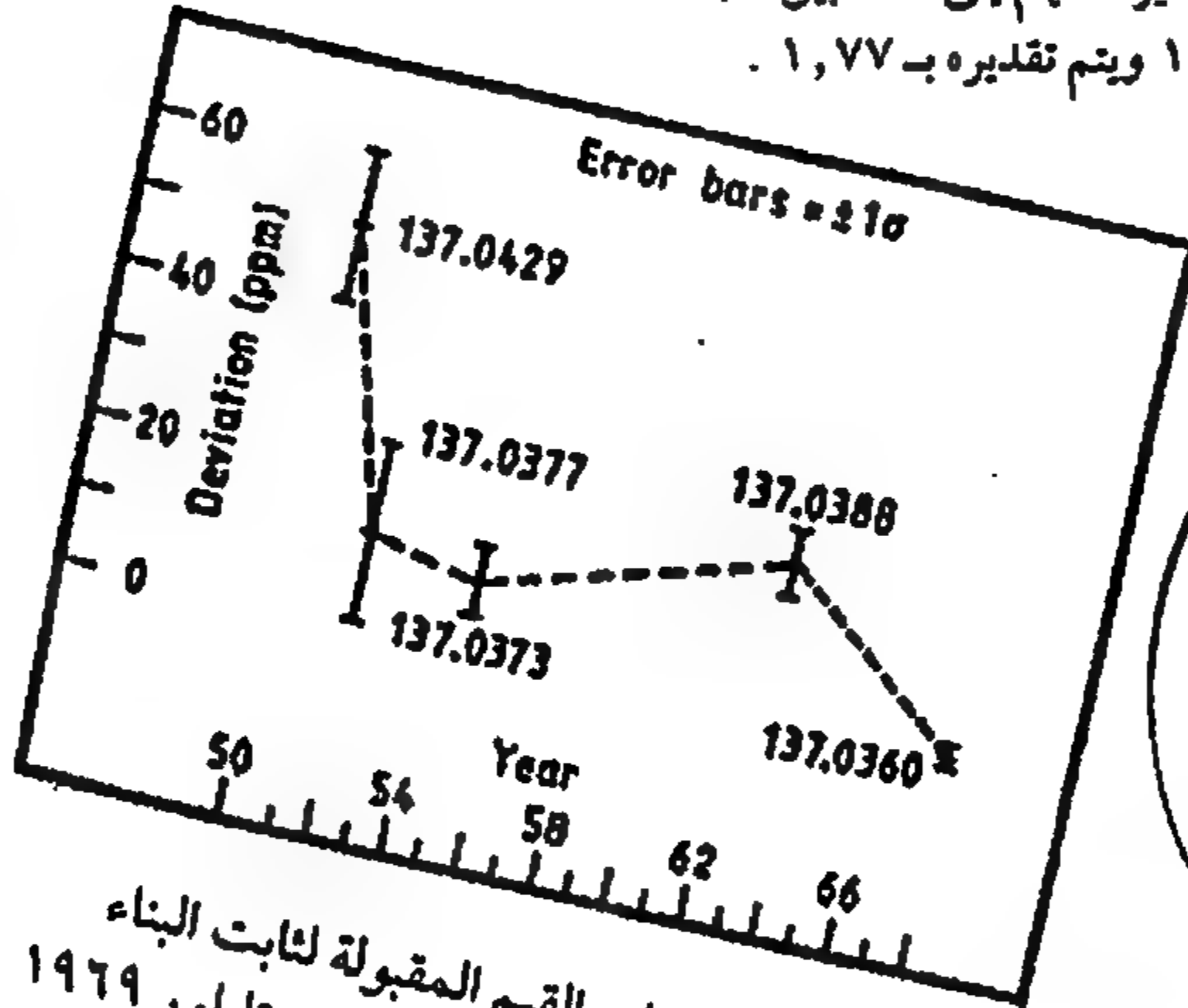
ملعون
كولنيل!

ويلاحظ أن العد والحساب دائماً ما يتعلقان بأرقام منفصلة ومنفردة ، ولذلك يتضمنون أرقاماً فعلية وعلى النقيض فإن القياسات تهتم بمقادير متصلة . ولا يوجد قياس مثالي يعطي القيمة الفعلية للكمية المقاسة، فعندما تتم مقارنة الشيء الذي نريد قياسه مع معيار معين فإننا نحاول تقريب القراءات بين نقطتين على أدق مقياس. لذلك فإن كل تقرير عن

القياسات المعقدة يتضمن (أو يجب أن يتضمن) «عمود للخطأ» ليوضح المقدار المضاف من عدم التأكد المصاحب لهذا القياس.



القياس يشير السهم إلى نقطة بين ١,٧ و ١,٨ ويتم تقديره بـ ١,٧٧ .



القياسات التي لا تحتوي على أعمدة الخطأ تشبه المنتجات التي ليس لها علامة تجارية؛ يحرم مستخدمو هذه المنتجات من المعلومات الهامة عن جودتها

شكل ١ تتابع القيم المقبولة لثابت البناء الدقيق $X-1$ (مأخوذ من ب. ن. تايلور ١٩٦٩ : الثوابت الأساسية والديناميكا الكهربائية الكمية ، لندن ، أكاديمي ص ٧)



ولكنهم ظلوا يقولون هذا طول حياتهم !

ومنذ عصور ما قبل التاريخ ظلت القياسات تستخدم في البناء والتصميم. وقد اكتشف علماء العمارة أن الآثار القديمة الباقية مثل Stonehenge كانت تقام بدقة شديدة لملاحظة بعض الأحداث الفلكية، وبالتالي كانت أساساتها تتطلب دقة هندسية في التصميم. وكذلك تم تصميم كنائس أوروبا medieval بنسب دقيقة حتى أن نظرية النسب الإلهية كانت هي أساس المعمار والفن في عصور النهضة. وقد مثلت الأهرام المصرية العظيمة تحدياً أعظم لأجيال من علماء المعمار.



هل كانت
نسبهم تعبر عن علاقات
رياضية سحرية خاصة؟

لا زلت
أعتقد أنها تعود
بالنفع في
مجالات كثيرة

وتربط رياضيات
التصميم بين الرياضيات
العملية والرياضيات النظرية
التي تم التوصل إليها في
الحضارة اليونانية

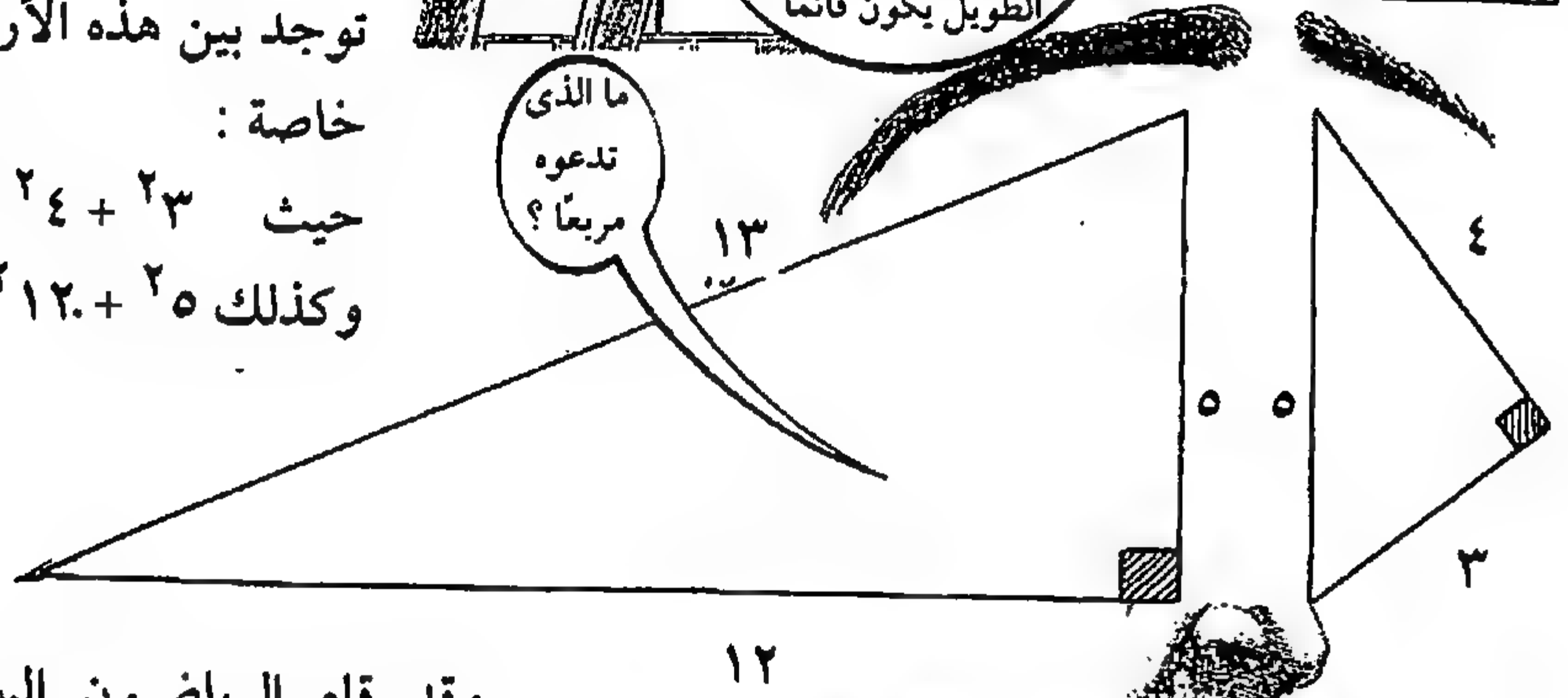
إمكانية عمل
الزوايا القائمة مثل ركن
المربع تفيد جداً في
وضع الأساسات
الأرضية

كان معروفاً
عند البابليين أن هناك
بعض المثلثات
قائمة الزاوية

إذا كانت أضلاع
المثلث لها أطوال ٣،
٤، ٥ أو ١٢، ١٣، ١٥ فإن
الركن المقابل للضلع
الطويل يكون قائماً

توجد بين هذه الأرقام علاقة
خاصة :
حيث $25 = 24 + 23$
وكذلك $213 = 212 + 25$

ما الذي
تدعوه
مربعاً؟



وقد قام الرياضيون اليونانيون
بعمل مجموعات من هذه
الثلاثيات، عن طريق تطبيق
طرق حسابية لإيجادهم بالطبع



ولكن
اليونانيون قاموا
بوضع نظرية

الرياضيات اليونانية

منذ بداية القرن السابع قبل الميلاد قام اليونانيون
بفصل استنتاج قوانين الطبيعة عن الأسئلة الدينية
المتعلقة بالعلاقة بين الإنسان وآلهته. وقد قيل إن
رجل الدولة الرياضي قد قام بجلب علم الرياضيات

من مصر إلى اليونان، وهذا
الموقف ميز كل العلوم
والرياضيات اليونانية القديمة،
حيث بحث اليونانيون عن
نظريات الطبيعة التي تفسر
الأرض والسما.

قمت باستكمال
الهندسة المصرية
وأعطيت توضيحات
للظواهر الطبيعية

ولكن الأرقام
ما زالت تمثل
إغراء سحرية بالنسبة
لنا نحن اليونانيين
وذلك لأنها تعكس
جمال وتمائل
الكون



فيثاغورث (٥٨٠ - ٥٠٠ ق.م)

لم أكن عالم رياضيات فقط
ولكنني قائد مدني ومؤسس العبادة
الصوفية التي تدعو إلى الزهد والتقشف
عن الأنشطة والأطعمة المختلفة

اكتشف فيثاغورث أن
النغمات الموسيقية البسيطة
تتكون بالاندماج من التين
لهما أطوال متناسبة يتم
اندماج الأوتكاف بواسطة
وترين طول أحدهما نصف
طول الآخر، أما في حالة
الخمس فتكون النسبة ٣:٢

أدى ذلك إلى
أن نؤمن بأن الرياضيات
تعكس جمال وألوهية العلاقات
حيث تحمل الأرقام الإجابة
على أي شيء ولها
خاصية سحرية

وقد نُسب إلى فيثاغورث نظرية شهيرة تم تسميتها باسمه
والتي تنص على: في المثلث قائم الزاوية يكون مجموع مربعي
طولي الضلعين مساوياً لمربع طول الوتر أي أن $a^2 + b^2 = c^2$
ح^١. وهذه النظرية كانت موجودة قبل فيثاغورث ولكنه هو
أول من قام بإثباتها، وبالرغم من أن هذه الرواية لم تُعرف إلا
بعد وفاته بمئات السنين، إلا أنها تبدو متوافقة مع ما هو
معروف عن فيثاغورث، حيث إنه قام بتغيير الرياضيات من
كونها مجرد دراسة عملية إلى علم له دلالات فلسفية.





وقد أعجب من ساروا على نهج فيثاغورث بالأشكال الهندسية المنتظمة بكلا نوعيها
المضلعات والأجسام الصلبة المنتظمة والتي يوجد منها خمسة أشكال فقط، وقد ذكر في
أسطورة ما أنهم واجهوا أزمة كبيرة عندما اكتشفوا أن بعض العلاقات في هذه الأشكال لا
يسكن التعبير عنها في صورة نسب للأرقام. وكان أسهل هذه الأزمات هو التحقق من نسبة
طول قطر المربع إلى طول ضلعه، والمعروف الآن أن ...



متناقضات «زينو»

كانت شهرتي
ناتجة عن المتناقضات التي
تحدثت بها الأساسيات التي
بنى عليها اعتقادنا عن الفضاء
والوقت والتغير

حاول زينو أن يبين أنه سواء تخيلنا أن الفضاء يمكن تقسيمه
تقسيماً نهائياً أو لا نهائياً أو سواء اعتبرنا الحركة البسيطة أو
النسبية سنصل إلى تناقض ، وقد وضع ذلك باستخدام أربعة
متناقضات.

وأشهر تلك المتناقضات هي التي تهتم بالتسابق بين أشيلس
(أفضل عداء) والسلمحفاة. في قفزة واحدة يستطيع أشيلس أن
يقطع نصف المسافة التي تقطعها السلمحفاة ويكرر ذلك مرات
عديدة...



باستخدام هذا التحليل كيف يمكننا تفسير تغلبه على السلمحفاة ؟

بالطبع لسنا في حاجة إلى ذكر أنه
سيفعل ذلك بعد عدد لا نهائى من
القفزات. فى الرياضيات الحديثة لا
نستطيع التحدث عن الحد الأخير أو
اللانهاى فى متابعة.

وهذا التناقض يوضح أننا إذا جعلنا الفضاء مقسماً تقسيماً لا نهائى، سنصل إلى
تناقضات فى وصف الحركة.

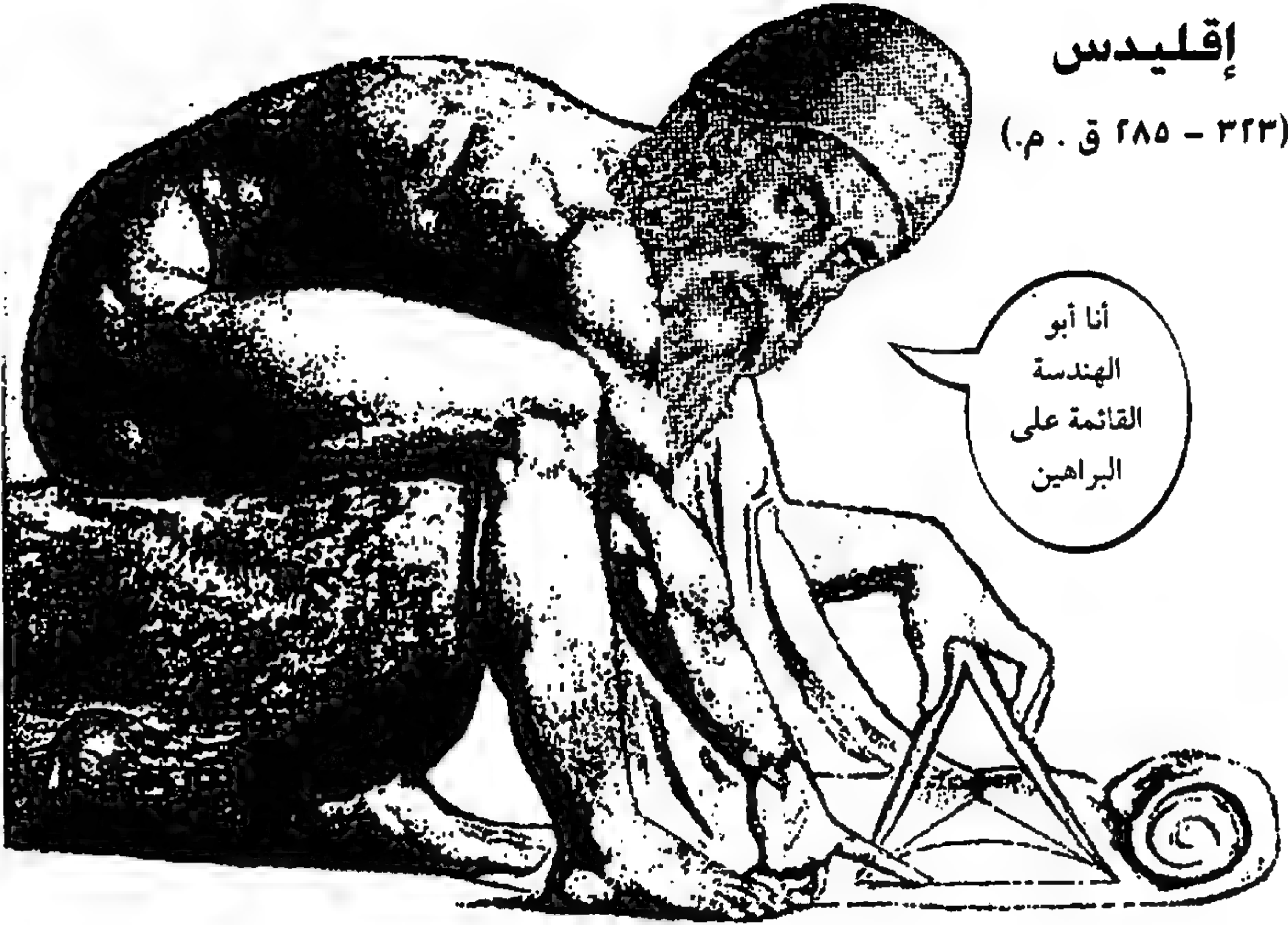
هناك أربعة متناقضات أخرى لزيנו عن الحركة وأخرى عن التغيير بوجه عام، وإليك المثال التالي. بفرض أننا أعطينا الأوامر التالية ...



وقد قام الفلاسفة بملاحقة زيно في كل لحظات حياته ولكن مثل أشيلس لم يتمكنوا من اللحاق بفريستهم تماماً. ربما كان لدى زيно شيء يريد أن يخبرنا به عن علم الرياضيات، فنحن نحب أن يكون هذا العلم واضحاً ولكنه في الحقيقة متناقض.

إقليدس

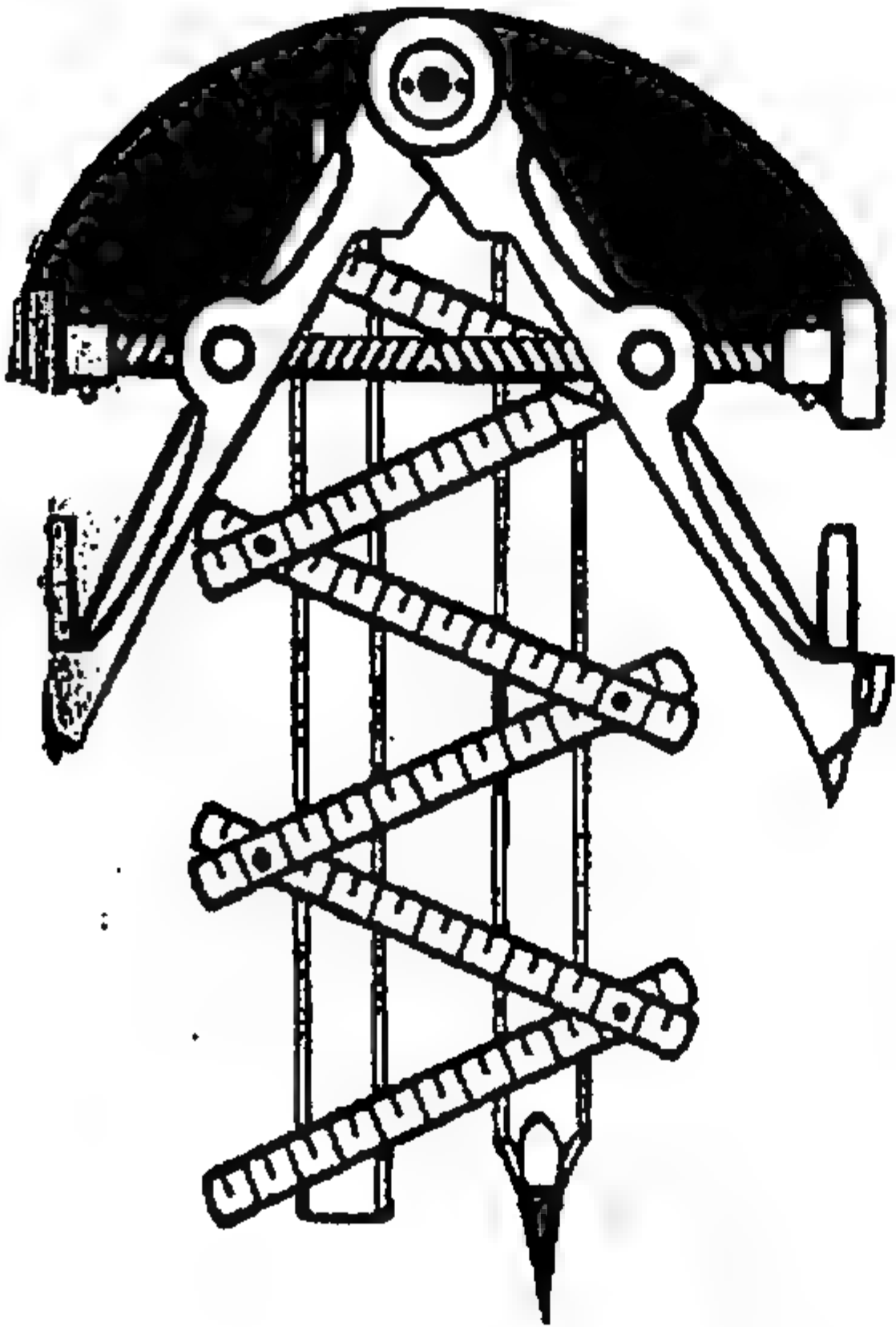
(٣٢٣ - ٢٨٥ ق . م .)



كانت لأفكار إقليدس تأثيرات ضخمة على علم الرياضيات في الغرب حيث إنها تعتبر الأساس للهندسة. وقد قام بتنظيم إثباتات تقليدية مبنية على بعض «الأعمال» باستخدام بعض الأدوات المثالية مثل المسطرة والفرجار (لعمل أقواس من دوائر). باستخدام هذه الأعمال يمكنك إثبات أشياء عن هيئة الأشكال دون استخدام الأمثلة الرقمية، وكان هذا هو التغيير الكبير

في الرياضيات اليونانية - فكرة الإثبات العامة المختصرة.

وفي عمله «العناصر» قدم إقليدس أساسياته المشهورة للهندسة وقام بتعريف الأعمال المسموح بها في الإثبات (وهناك بعض الأعمال الأكثر تعقيداً والتي كانت معروفة بتحويل بعض الإثباتات الصعبة إلى صورة سهلة ولكنها لم تكن تعتبر «هندسية»). وبعد تعريف عناصره الأساسية مثل «النقطة» و«الخط» قدم إقليدس خمس ملاحظات شائعة عن الكمية وكذلك خمسة افتراضات للأعمال.



الملاحظات الشائعة :

١- إذا ساوى شيان شيئاً ثالثاً فإن الثلاثة يكونون متساوين
 $a = b, b = c, \therefore a = c$

٢- إذا أضيفت كميات متساوية إلى كميات متساوية كان
 الناتج متساوياً $a = b, c = d, \therefore a + c = b + d$

٣- إذا طرحتم كميات متساوية من كميات متساوية كان
 الناتج متساوياً $a = b, c = d, \therefore a - c = b - d$

٤- الأشياء المتطابقة تكون متساوية $\odot = \odot$


٥- الكل أكبر من الجزء **الكل**

الافتراضات :

من المسلم به أنه في المستوى :

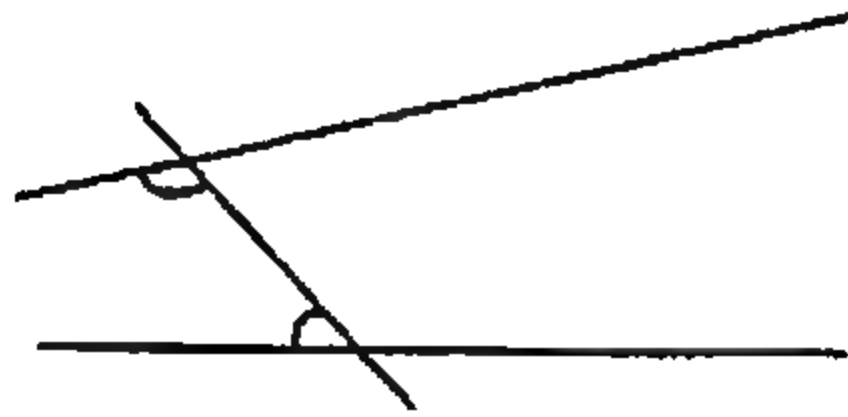
١- يمكن رسم الخط بين أى نقطتين. 

٢- يمكن مد أى خط من كلا الجانبين بدون حد.

٣- يمكن رسم دائرة بأى نصف قطر حول أى مركز. 

٤- كل الزوايا القائمة متساوية. 

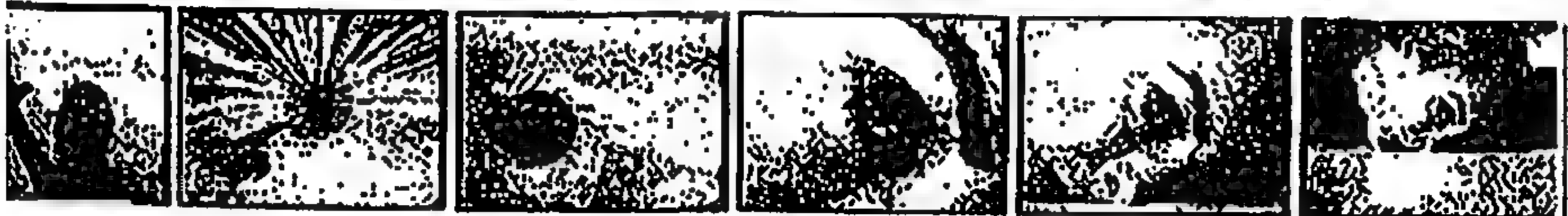
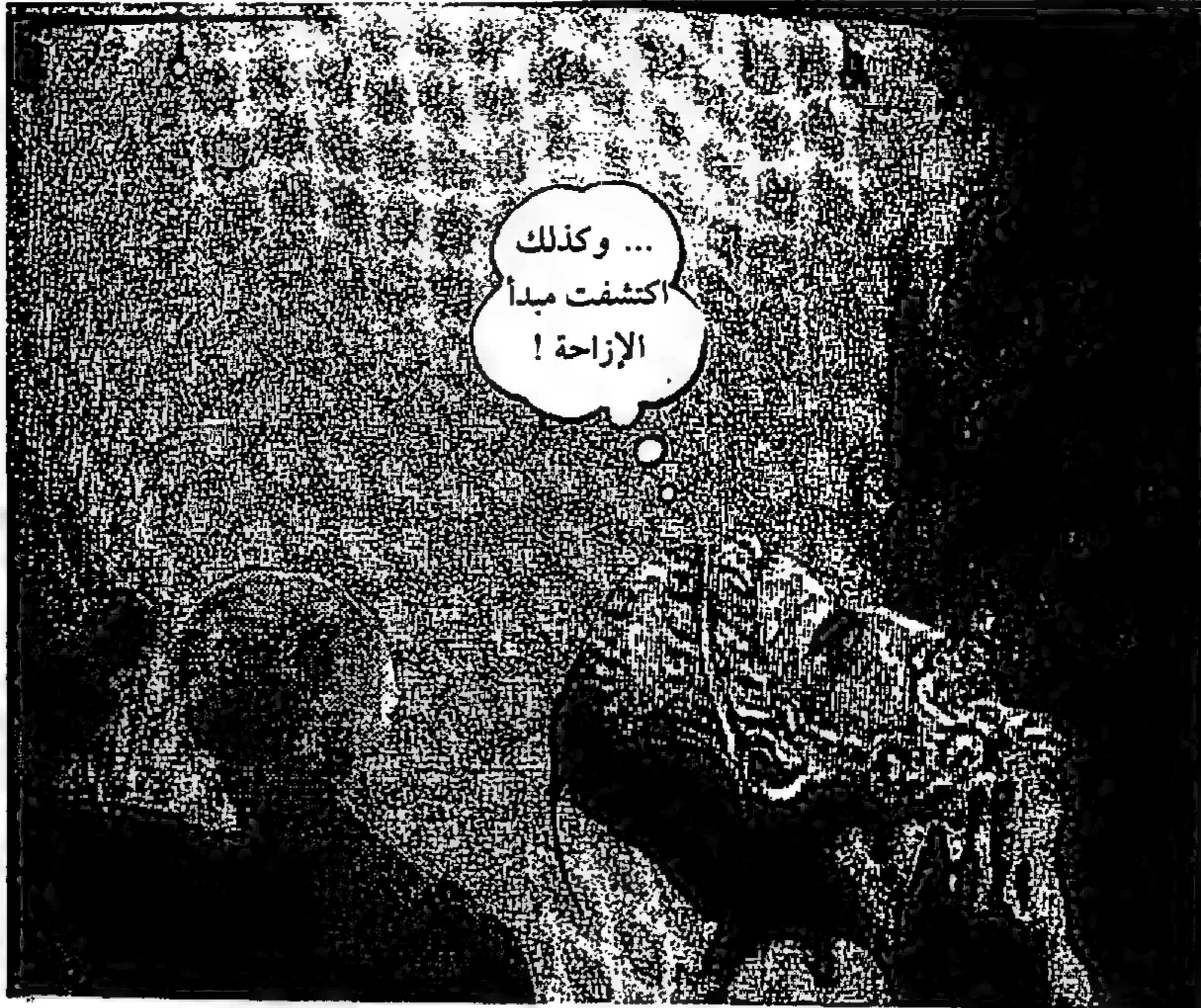
٥- الخطان اللذان يقطعان خطاً ثالثاً بحيث كان مجموع الزوايا الداخلة أقل من زاويتين قائمتين يجب أن يتقاطعا في نقطة . وأول ثلاث نقاط تعرف أعمالاً أما الاثنان الباقيان فهما نظريات. الافتراض الخامس يسمى «افتراض التوازي» وقد ظل هذا الافتراض تحدياً للرياضيين من بعد إقليدس. وفي الواقع فإن هذا الافتراض يعتبر المفتاح الذى يصف نوعين مختلفين من الهندسة.





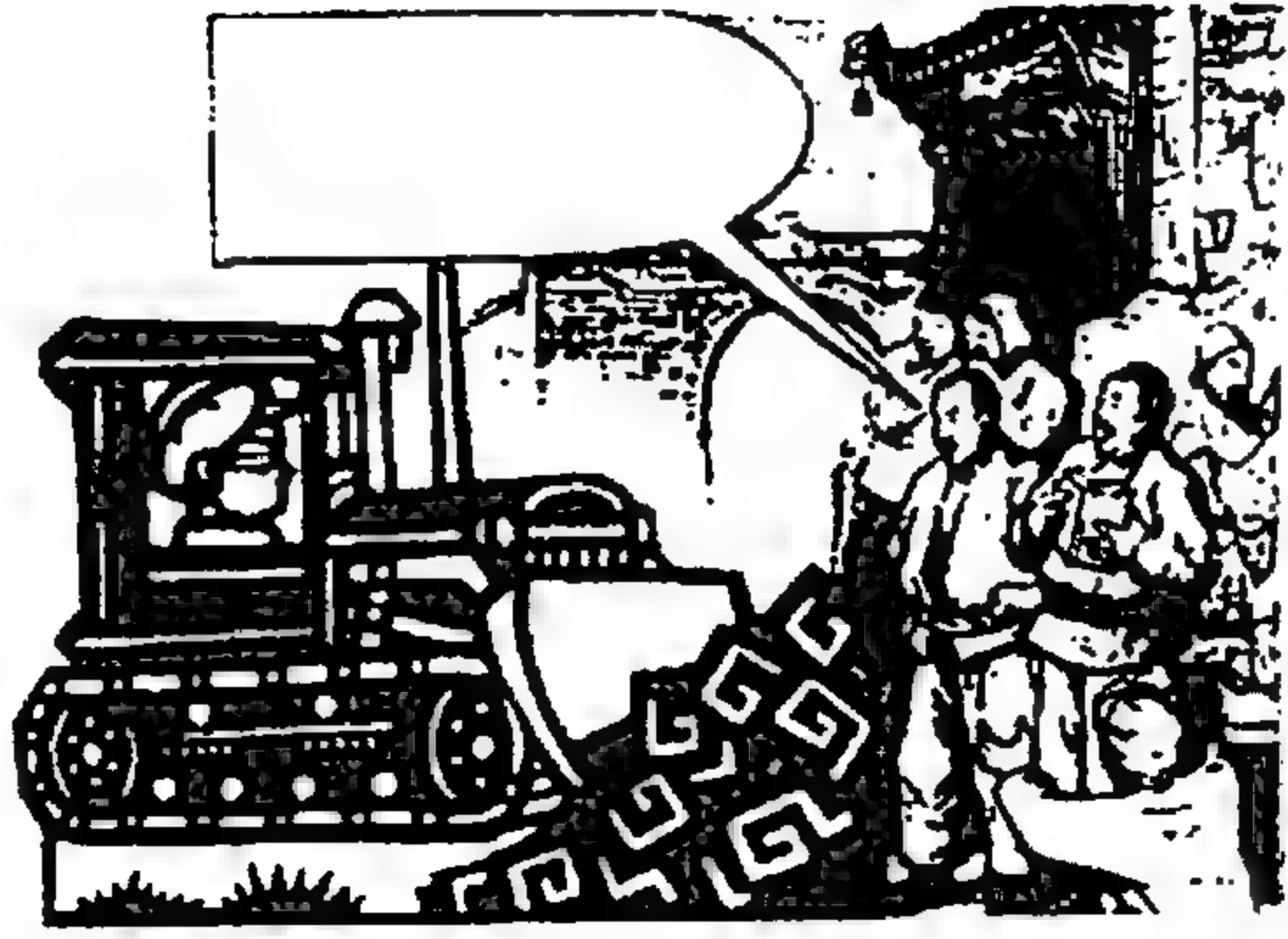
وباستخدام هذه الأساسات اتجه إقليدس لإثبات كل النتائج الهندسية في عصره وحتى نظرية فيثاغورث. وبغض النظر عن صعوبة مسلماته (والتي اعتبرت فيما بعد أنها حقائق ذاتية الإثبات، وكذلك الاستنتاجات الناتجة عنها تم التعامل معها على أنها حقائق أيضاً). وقد تم التعامل مع الهندسة على أنها مثال عظيم للمعرفة الحقيقية التي يمكن الوصول إليها بالعقلانية الإنسانية وحدها.

وجاء بعد إقليدس رياضي عظيم جداً وهو أرشيميدس (٢٨٧ - ٢١٢ ق.م.). وضع أرشيميدس طرقاً لقياس مساحة الأشكال الدائرية وكذلك مساحة سطح الأجسام المنحنية مثل الكرة والأسطوانة، وقد استنتج قيمة تقريبية لـ π ...



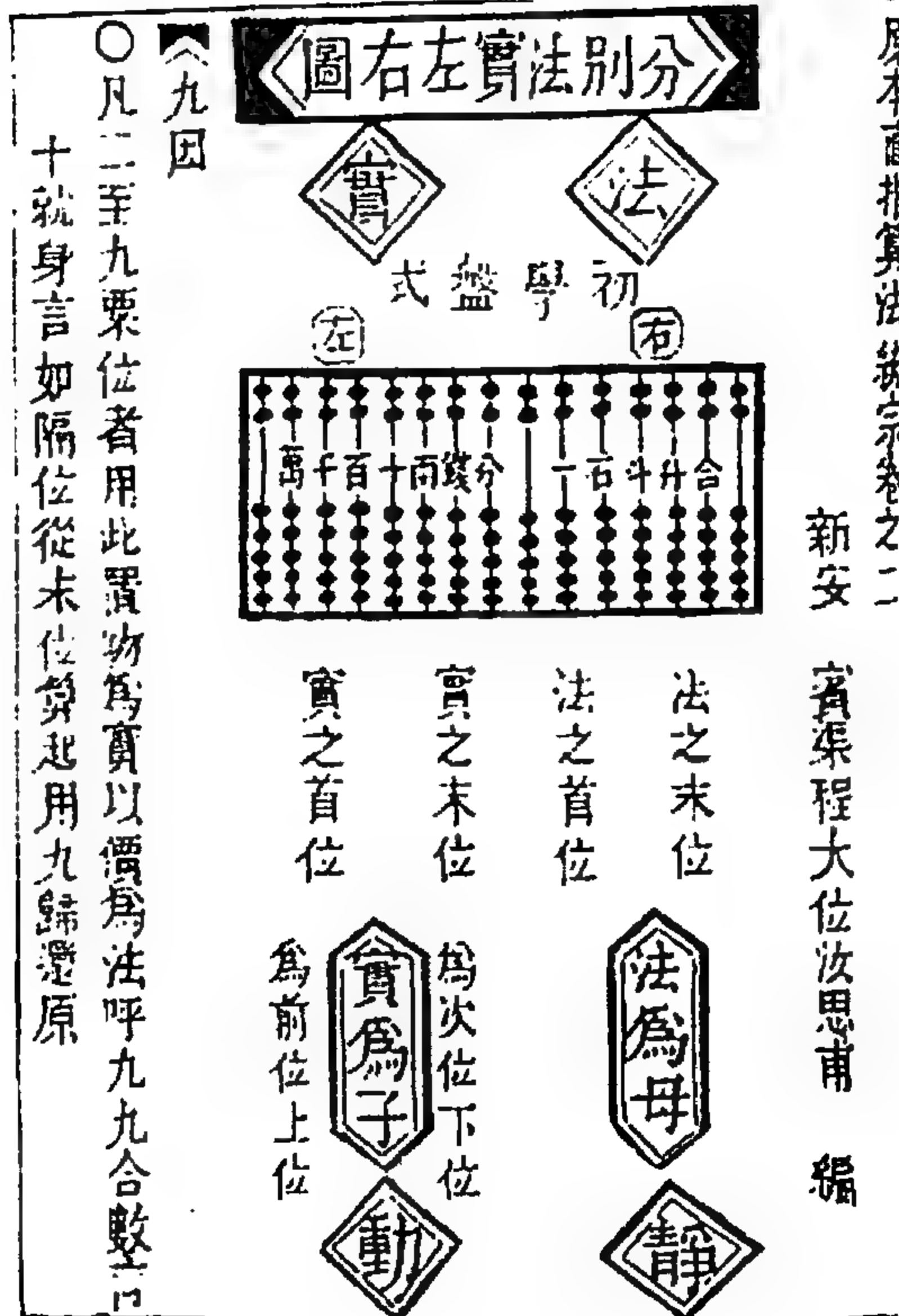
الرياضيات الصينية

لم يَقمُ الصينيون باستخدام الإثباتات الثابتة التي وجدناها في «عناصر إقليدس» وذلك لأنهم لم يُعجبوا بالمنطق الثابت. كان الصينيون، مهتمين بالتطبيقات العملية للأفكار ولم يدرسوا الرياضيات من أجل الرياضيات. وبالطبع لم يمنعهم ذلك من وضع



إثبات للمثلث القائم الزاوية والذي كان مختلفاً تماماً عن نظرية فيثاغورث. وعلى عكس اليونانيين لم ينزعج الصينيون من الأرقام الصماء (وهي تلك الأرقام التي لا يمكن التعبير عنها على صورة نسبة بين رقمين صحيحين أو الأرقام غير النسبية). ولتمييز الأرقام السالبة - على سبيل المثال - استخدم الصينيون سيقاناً حمراء بدلاً من اللون الأسود!

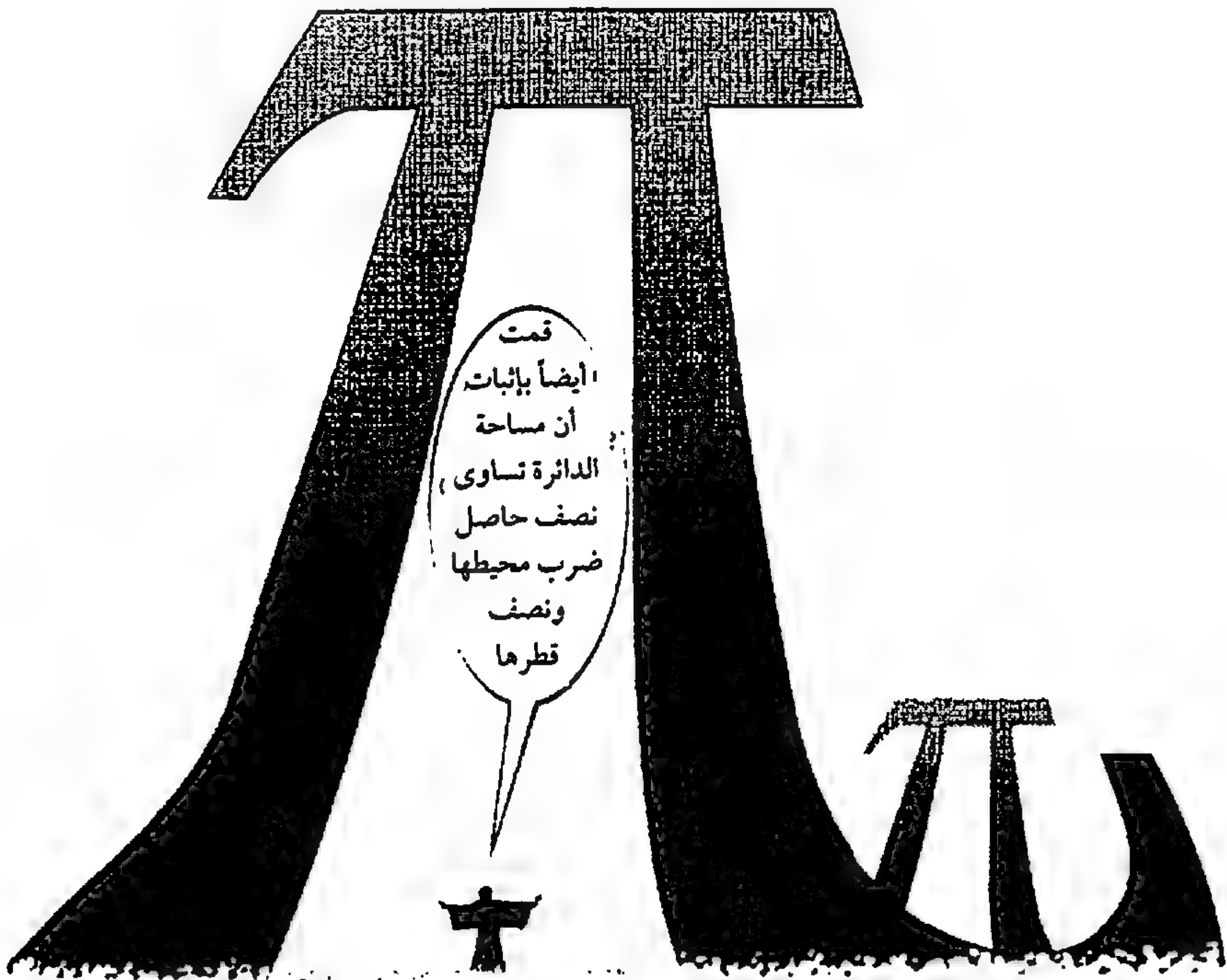
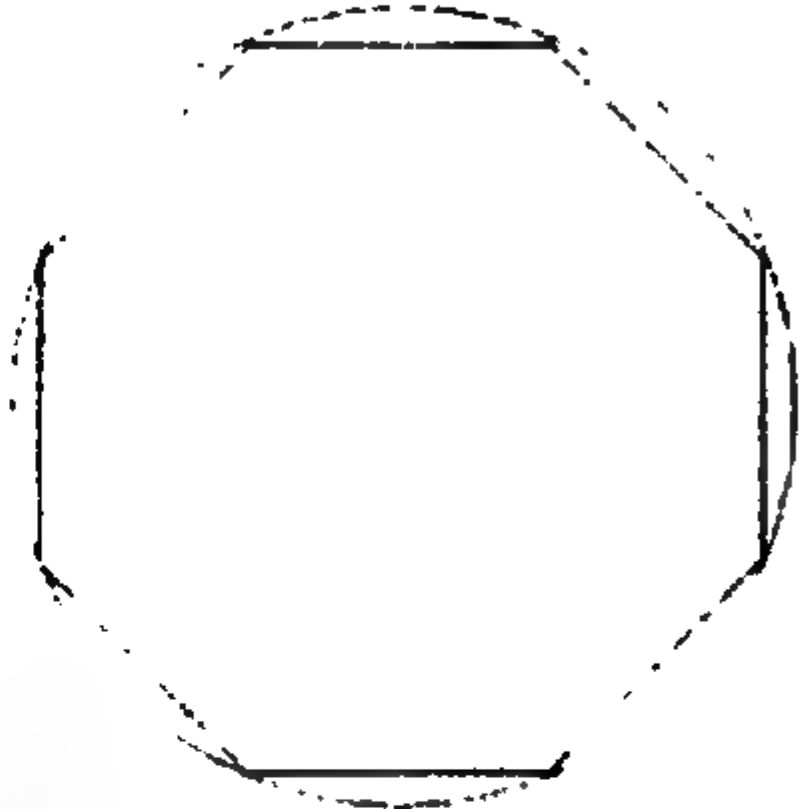
وقد قام الصينيون بالتدريب على الجبر دون استخدام رموز بكتابة كل أفكارهم في صورة كلمات. وقد استخدموا لوحة للعد في الجبر وكذلك في كل الاكتشافات الرياضية الأخرى. وقد طور الصينيون عن طريق العالم صنج ديناستي (٩٦٠ - ١٢٧٩) بعض الملحوظات للتعامل مع المعادلات حتى الأس التاسع. وقد استطاع الصينيون حل المعادلات الآنية الخطية (في مجهولين أو أكثر) وكذلك المعادلات التربيعية.



وقد اهتم الصينيون أيضاً بالمربعات السحرية التي يتم ملء خاناتها بأرقام عندما تُجمع تعطى نفس الرقم، ويطبق هذا على الصفوف الرأسية والأفقية والقطرية أيضاً. واخترع الصينيون مكعبات ثلاثية الأبعاد لها نفس الخاصية. وظل الصينيون متشوقين للبحث عن قيمة دقيقة لـ «ط». وقد استنتج «ليو هوى» (وهو أحد علماء الرياضيات القدماء في الصين) قيمة لـ «ط»

4	9	2
3	5	7
8	1	6

حتى أربع علامات عشرية. وبنى ليو هوى طريقته على «طريقة الاستنزاف» حيث من الممكن وضع مضلع داخل الدائرة وعن طريق زيادة عدد أضلاعه حتى تصل أطوالها إلى حد من القصر يمكننا معه مساواة المضلع بالدائرة.



وفي القرن الخامس بعد الميلاد قام الفريق المكون من الأب والابن تسو تشونج تشيه وتسو كنج تشيه بالحصول على قيمة لـ ط تساوي ٣,١٤١٥٩٢٦ و ٣,١٤١٥٩٢٧. لم يتم التوصل لهذا الرقم في العالم الغربي حتى القرن السابع عشر.

تشيو تشانج

هو أشهر كتاب فى الرياضيات الصينية، ولا نعرف من كتبه ولا متى تمت كتابته بالتحديد ولكنه يفترض أنه يعود إلى آخر سلالة «تشين» أو بداية سلالة «هان» (القرن الأول بعد الميلاد).

وهذا الكتاب يغطى الموضوعات التالية :

- مراجعة أساسية (مع قواعد الجمع والطرح للكسور) والنسب (النسب المئوية).
- التوزيع النسبى (المتواليات الهندسية والحسابية بالإضافة إلى قاعدة الثلاثة).
- قياسات أولية (إيجاد الجذور التربيعية والتكعيبية بطرق هندسية).
- دليل المهندسين (حجوم الأجسام ثلاثية الأبعاد).
-
- هذا بالإضافة إلى أجزاء أخرى عن الضرائب وبعض الألغاز وطرق الجدولة.

يوضح لنا عمق كتاب تشيو تشانج مدى تعقيد الرياضيات الصينية منذ بداية التقويم الميلادى فى الغرب



أربعة علماء رياضيات صينيون

يعتبر آخر القرن الثالث عشر وبداية القرن الرابع عشر هي فترة أقصى ازدهار للرياضيات الصينية. وقد عاش خلال هذه الفترة أربعة من أشهر علماء الرياضيات في الصين.



وكان هناك أكثر من ثلاثين مدرسة رياضيات عبر الصين وكانت الرياضيات مادة إلزامية في اختبارات الخدمة الوطنية العامة.

ويعتبر العالم تشين تشيو شاو واحداً من أعظم علماء الرياضيات الصينيين على الإطلاق وقد عمل في الخدمة العسكرية والمدنية وكان كتابه تسعة قطاعات من الرياضيات يتضمن بعض الأفكار الجديدة وقدم تحليلاً غير معروف من قبل (وهو دراسة المسائل التي لها حلول على هيئة أرقام صحيحة).

وقد استُخدم مثلث باسكال في حساب الاحتمالات. على سبيل المثال يعطى النصف الثانى التباديل المختلفة عند رمى قطعتى نقود. فهناك احتمال واحد أن تظهر صورتان واحتمالان أن تظهر صورة وكتابة ، واحتمال واحد لظهور كتابتين.



وقد تم توضيح ذلك بواسطة عالم الرياضيات تشيا هسين (١١٠٠ ميلادية) وربما تكون ظهرت قبل ذلك.

الرياضيات الهندية

تعتمد الرياضيات الهندية (شأنها شأن الرياضيات الصينية) على كل الإثباتات المتنوعة متضمنة التحققات المرئية والتي لم يتم إرجاعها إلى أى نظام استدلالى تقليدى. وقد تطورت الرياضيات الهندية من النظام الذى طوره علماء المنطق وعلماء اللغة الهنديون. وقد تطورت الرياضيات فى الهند فى أربع مراحل واضحة. مرحلة (الهاريبان) من ٢٥٠٠ ق.م. إلى ١٠٠٠ ق.م. وتضمنت الرياضيات الأولية باستخدام الأحجار ، إلخ.

وتلى هذه المرحلة فترة «فيديك» والتي استمرت لمدة ١٠٠٠ عام والتي اهتمت بهندسة الطقس. وخلال هذه الفترة بدأت «الجنسية» و«البوذية» فى الظهور. ثم تلى ذلك الفترة التقليدية والتي استمرت تقريباً حتى عام ١٠٠٠ ب.م. وقد اهتم الرياضيون فى هذه الفترة بتطوير المبادئ القديمة مثل الأرقام والخوارزميات والجبر.



قصيدة من أعمال عالم الرياضيات
الهندي باسكارا (انظر الصفحة المقابلة)

والمرحلة الأخيرة فى الرياضيات الهندية هى فترة القرون الوسطى «لمدرسة كيرالا» والتي انتهت فى القرن السادس عشر حيث تم تطوير أفكار أكثر ذكاءً، وسبب انتهاء هذه المدرسة فى كيرالا غير معروف تماماً. وعلى أية حال فقد أثرت مدرسة كيرالا كثيراً فى الرياضيات الأوروبية حيث إن الاكتشافات الرياضية فى أوروبا كانت معروفة مسبقاً لدى علماء الرياضيات فى كيرالا قبل ذلك بحوالى ثلاثة قرون.

هندسة الفيدا (١)

كان هندوس فيديك معجبين جداً بالأرقام الكبيرة التي كانت تشكل جزءاً من المسئولية الدينية لديهم. فعلى سبيل المثال عند مناقشة أمر مثل القربان كانت تذكر أرقام مثل ١٠٠٠٠٠ مليون. وكان هناك اعتقاد كبير بالأرقام التي تزداد على صورة مضاعفات العشرة، وكلما ازداد الرقم أصبح أكثر إثارة.

وهندسة مذهب الكنيسة تعطينا تصوراً للجبر عند هندوس فيديك. فطبقاً لأحد الأنظمة كان مذهب الكنيسة يأخذ شكل شبه منحرف ذي ضلعين متساويين . ويتم زيادة أو إنقاص أطوال الأضلاع بالتناسب مع الطقوس المختلفة. وهناك طقوس مختلفة تتطلب عدم تغير أطوال أضلاع معينة بينما تزداد أو تنقص أطوال أضلاع أخرى.

وقد مكن هذا القادة الدينيين من المسائل الرياضية التي تتطلب حلولاً جبرية. وقد تم وضع قواعد لهذه العمليات والأسئلة التي تأخذ في اعتبارها عدد الأحجار المستخدمة في هذه التغيرات. وتقدير عدد الأحجار المستخدمة في هذه العملية بحيث لا تتقابل الصدوع في الطبقات المتتالية أدى إلى استخدام المعادلات الآتية.



(١) الفيدا : هي مجموعة الكتب المقدسة في الديانة الهندوسية، وكلمة الفيدا سنسكريتية تعني «المعرفة»، ولم يبق منها سوى أربعة أسفار. (المراجع).

وقد حسب الرياضيون الهنود قيمة ط لأقرب أربع علامات عشرية.

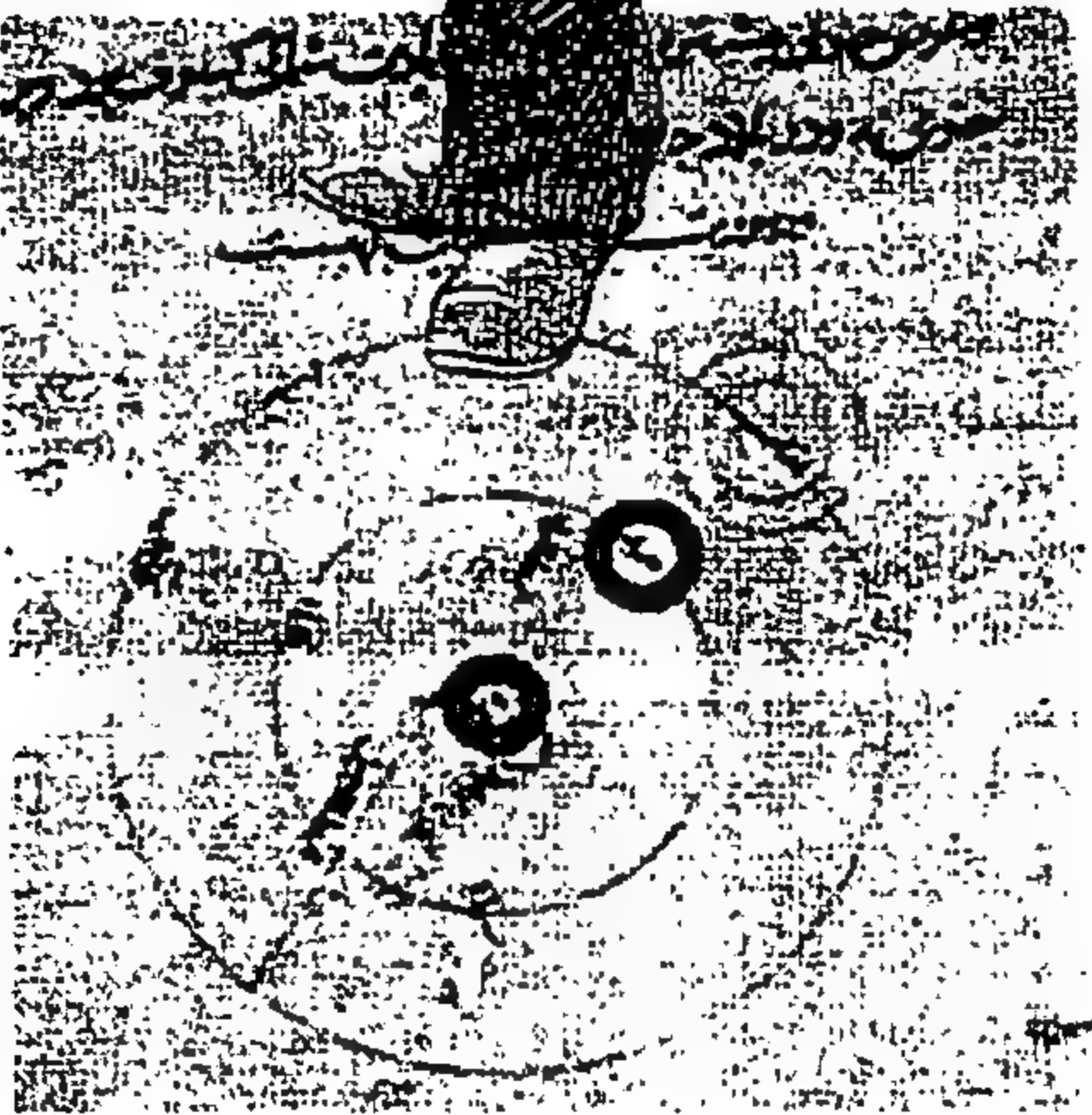
الطريقة الهندية المعتادة لإيجاد مساحة الدائرة أو حجم الكرة ...



... تكون من تقسيم
المساحة أو الحجم إلى
عناصر أصغر ثم يتم
جمعهم.

يتم تقسيم الكرة - على سبيل المثال - إلى الكثير من
الأهرام الصغيرة بهدف جمع أحجامهم بنفس «طريقة
الاستنزاف» التي استخدمها أرشيميدس وقد احتوت هذه
الطريقة على مبادئ العلم الذي عُرف فيما بعد باسم
«التكامل» وقد استخدم الهنود هذه الطريقة في الفلك من
أجل حساب سرعة ومواقع الكواكب. وعلى سبيل المثال

كان للتنبؤ بالكسوف شأن ديني عظيم.
حيث يكتسب عالم الفلك الذي يستطيع
التنبؤ بذلك بدقة احتراماً عظيماً. ويعتقد
بعض علماء تاريخ الرياضيات الهندية أن
هذا هو البداية الحقيقية لعلم «التفاضل
والتكامل».



براهما جوبتا

وظهر الجبر في فترة براهما جوبتا (٥٩٨) (وهو أحد أعظم علماء الرياضيات في الهند) على أنه فرع منفصل من الرياضيات. وقد كتب براهما جوبتا أبحاثاً غطى فيها بعض النقاط مثل الجذور التربيعية والتكعيبة والكسور وقاعدة الثلاثة والخمسة والسبعة وغيرها والمقايضة. وخلال هذه الفترة تم تقسيم المعادلات إلى أنواع ما زالت تعرف حتى الآن: البسيطة Yavat-tavat والتربيعية varga والتكعيبة ghana والتربيعية الثنائية varga - varga. وقد اهتم براهما جوبتا بالمعادلات الخطية ذات المجاهيل وكذلك المعادلات التربيعية. وكان لبراهما جوبتا العديد من المعلقين الذي نقلوا أفكاره عبر السنين.



ومثل باقي العلماء الهنود
فقد أحب براهما جوبتا
الأرقام غير النسبية مثل $\sqrt{2}$
وحدد قيمتها لدرجة عالية
جداً من التقريب.

أرقام «جائين»

اهتم هنود جابن شأنهم شأن هندوس فيديك بالأرقام الكبيرة وكانت لهم طريقة منفردة للتفكير في هذه الأرقام فقد اقترحوا أن هذه الأرقام تنقسم إلى ثلاث مجموعات وهي المعدودة والغير معدودة واللانهاية وكل مجموعة تنقسم إلى ثلاث مجموعات فالمجموعة الأولى على سبيل المثال تنقسم إلى الأرقام القليلة والمتوسطة والكبيرة ، أما المجموعة الثانية فتقسم إلى غير معدودة تقريباً وغير معدودة حقيقياً وغير معدودة غير معدودة. أما المجموعة الثالثة فهي تقريباً لا نهائى ولا نهائى حقيقى ولا نهائى لا نهائى ولم تعرف أوروبا قدر هذه الأرقام إلا منذ قرن مضى من خلال أعمال كانبور

1,000,000,000,000,000,000

قام أحد علماء الرياضيات التابع
لجامعة آخين وهو فابا فريشاربا
(١٥٠٠) باستخدام الأرقام السالبة في
أعماله وذكر الصفر على أنه

الرقم الذي إذا قسم
على صفر لم يتغير

يجب أن يكون
ما لا نهاية.

اندماجات فيديك وجاين

كان كل من فيديك وجاين الهنود مغرمًا بالتعامل مع الاندماجات. وأحد مصادر هذا الاهتمام كان قصائد فيديك الشعرية وتغيراتها. وكان بعض هذه الأبيات مكوناً من ٦ مقاطع وبعضها من ٨ أو ٩ ، ١١ أو ١٢. وكان التحدى هو تغيير الأصوات الطويلة والقصيرة في كل مجموعة مقاطع وإيجاد الاندماجات المختلفة المتاحة. وقد أدى هذا البحث إلى العديد من مسائل التباديل على سبيل المثال الروائع التي تنتج من خلط ١٢ مادة في صورة منفردة أو ثنائيات أو ثلاثيات في نفس الوقت.



الشعر الرياضي

تم تناقل الأفكار الرياضية الهندية في صورة الشعر. ويشيع وجود الألغاز الرياضية في الشعر حتى الآن، وأحد الألغاز الرياضية الشعرية هو :



الإجابة هي ٢٨ . وإذا أراد أحد
أن يحصل عليها فعليه أن يقوم بها بطريقة
عكسية لما هو مذكور في اللفز لذلك
نقوم بالترتيب $\times 10$ ، -٨ ،
() 2 ، +٥٢ ، إلخ



راما نوجان

يحتوى التاريخ الهندى على العديد من الرياضيين البديهيين فعلى سبيل المثال كان «سرينفازا راما نوجان» (١٨٨٧ - ١٩٢٠) فاشلاً أكاديمياً ولكنه كان عالم رياضيات لامعاً. وقد اعتمد راما نوجان على المذهب التصوفى والميتافيزيقا وكذلك الأفكار التجريدية فى دراسة الرياضيات . وكانت طريقة الوصول إلى النتائج العميقة الذكية (وبالمناسبة الخطأ) خارج نطاق فهم أى أحد وكان نصيره فى انجلترا عالم الرياضيات ج.ه. هاردى والذي زاره ذات مرة بينما كان مريضاً فى أحد المستشفيات.



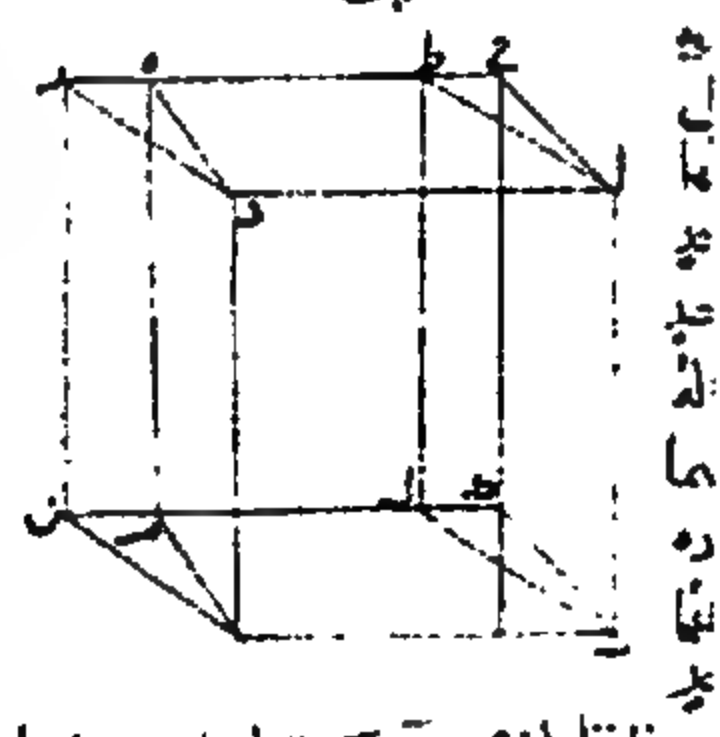
الرياضيات الإسلامية

قام المسلمون بتوحيد الفكر الرياضى فى كل الحضارات السابقة لهم ، حيث قاموا بدمج الجبر والعلاقات الحسابية البابلية والهندية والصينية بالعلاقات الهندسية اليونانية والإغريقية. وكنيجة لذلك كان علماء الرياضيات المسلمون على درجة عالية من الجرأة فى التعامل مع العمليات الحسابية على الأرقام الصحيحة والكسور وكذلك استخدام وتحويل الأرقام العشرية والسداسية وأيضاً استخراج الجذور التربيعية والعمليات على الأرقام غير النسبية واستخلاص الجذور التكعيبية ودراسة معاملات ذوات الحدين واستخلاص الجذور الرباعية والجذور الأعلى رتبة من ذلك.

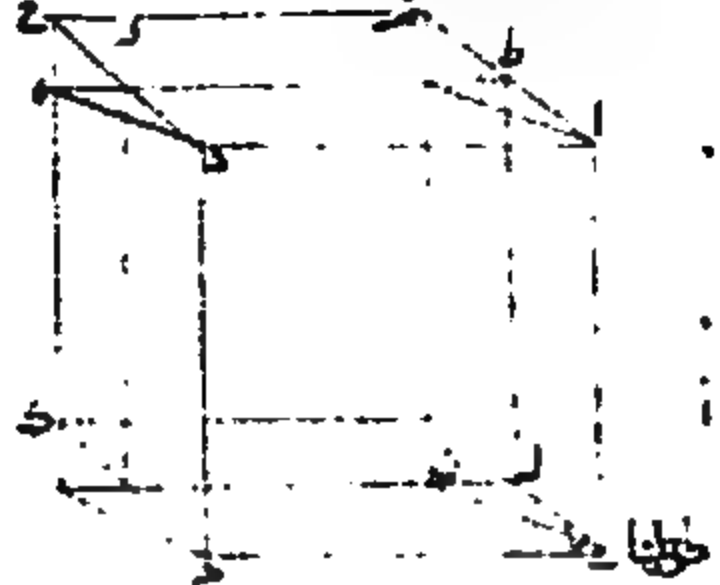


هناك إنجازان عظيمان
مرتبطان بأسماء علماء
الرياضيات المسلمين.

مَدَحُ، وَلَمْ يَطْرَحْ مَتَوَابِعَهُمْ بِدَحَى وَفَتْحِ
عَلَى الْخَوْدِ بِهَا سَلَحَ طَلْعُهُ سِتْرًا فَيَصِيرُ مَحْمُودًا
أَمْ عَادَ نَالُ نَيْنٍ ؟



مدفوقان ان جسيمة وتر متساويان برهانه ان تم
اوي عسرة في لانها ينفقه امدو وسكها واخرها
هو في اولك وفي العسرة ساوي عسرة لانها
ما واحد وانما سكتها على خط واحد وهو في اوس



الأول هو تأسيس
علم الجبر الحديث والذي
أطلقوا عليه اسم «الفن العلمي»
أما الثاني فهو اكتشاف
«حساب المثلثات».

الخوارزمي

محمد بن موسى الخوارزمي (توفي عام ٨٤٧) هو مؤسس علم الجبر الذي نعرفه في أيامنا الآن. وقد أنت كلمة الجبر من عنوان كتابه «كتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة». وتشتق كلمة خوارزم من اسمه. وقد وضع الخوارزمي كيفية اختصار أي مسألة إلى واحدة من ست صيغ قياسية باستخدام عمليتين الأولى تعرف بالجبر والثانية هي المقابلة.

وتهتم الطريقة الأولى (الجبر) بنقل الحدود لحذف الكميات السالبة (مثل $س = ٤٠ - ٤$ س تصبح $٥٠ = س$).

والمقابلة هي العملية التالية وهي عبارة عن موازنة الكميات الموجبة المتبقية (لذلك إذا كان لدينا $٥٠ + س = ٢ + ٢٩ + ١٠$ س تقوم المقابلة باختصارها إلى $س = ٢١ + ٢ = ١٠$ س).

كتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة
المؤلف محمد بن موسى الخوارزمي

لقد كتبت هذا الكتاب وضد غمض من

في هذا الكتاب لم يستخدم الخوارزمي أية رموز كما نستخدم الآن وقام بالتعبير عن الرياضيات بصورة كلمات وباستخدام الكلمات قام باكتشاف حلول للمعادلات التربيعية ووضع المعادلة العامة

أ س + ب س + ج = ٠
والتي لها حل

س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢}$

قابلنا هذا قبل ذلك في ص ٥١

بجوانه وسلم ...

تطوير الجبر



وقد شرع علماء
الرياضيات المسلمون
بتأنٍ في العمل على المجاهيل
بمساعدة كل الأدوات الحسابية
تماماً كما يتعامل خبراء
الحساب مع المعلومات.

نحن نعرف أن الجبر له هدف مزدوج،
الأول هو التطبيق التقليدي للعمليات
الحسابية الأولية بصورة تعبيرات جبرية،
والثاني هو دراسة التعبيرات الجبرية بغض
النظر عما تمثله وذلك لكي نكون قادرين
على تطبيق العمليات العامة المطبقة
على الأرقام على تلك التعبيرات.

الصموغل (المتوفى عام ١١٧٥)
كان الصموغل هو أول من كتب
النتائج الجبرية في صورة رمزية.

كان أيضاً قادراً على
التعامل مع الأرقام السالبة
والتي اعتبر أن لها كينونة
خاصة.



وقد قام عمر الخيام (المتوفى عام ١١٢٣) بمناقشة إيجاد
الجزور من الدرجات الرابعة والخامسة والسادسة والأعلى من
ذلك بطريقة اكتشافها والتي لا تتضمن استخدام الهندسة
ولكنها مكافئة لمثلث باسكال. وكان اكتشافه هذا معاصراً
للاكتشاف المشابه في الصين.



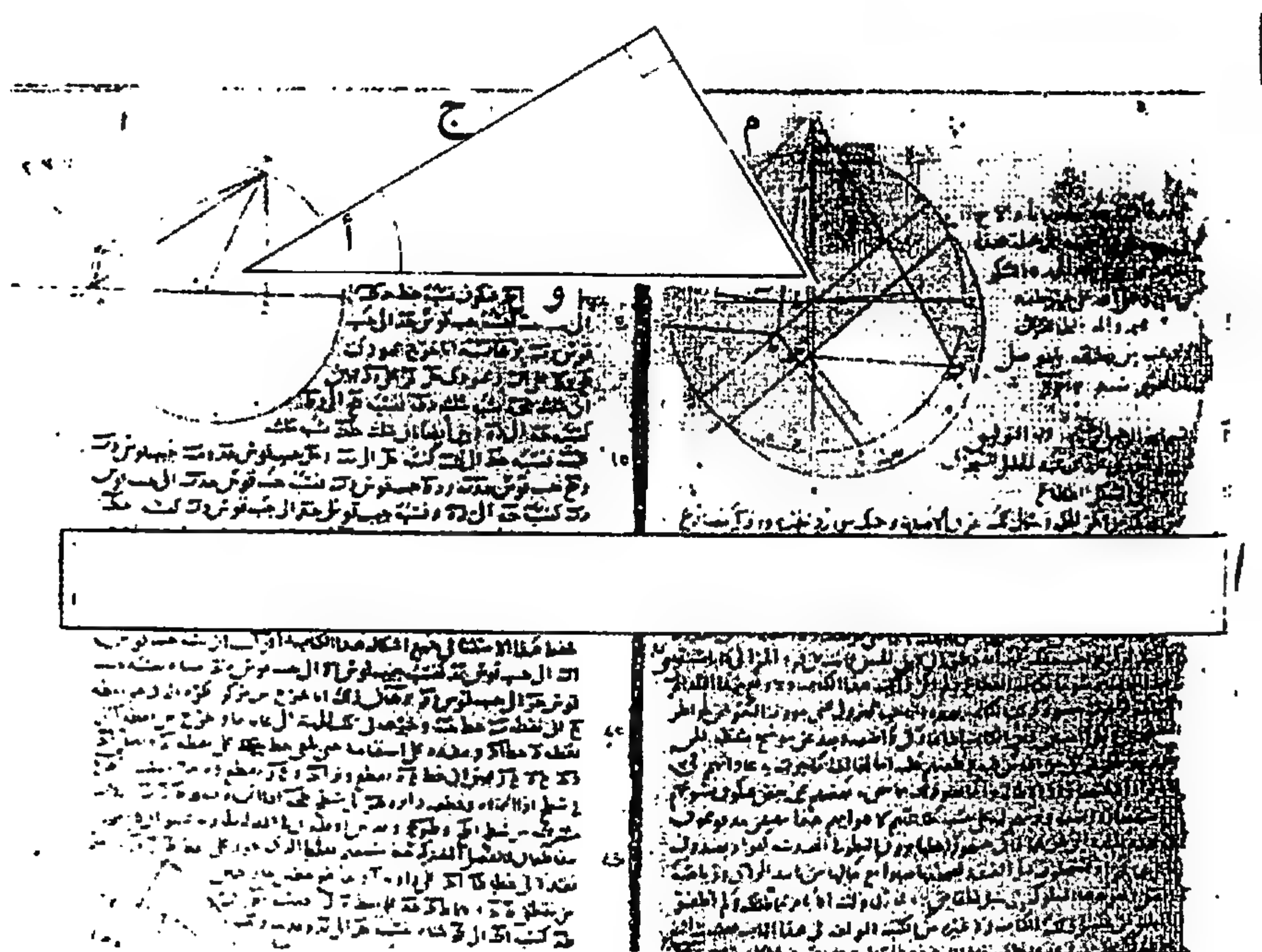
اكتشاف حساب المثلثات

قدم علماء الرياضيات المسلمون النسب المثلثية الستة الأساسية وامتدادهم في حل مسائل حساب المثلثات.

وقد حل حساب المثلثات الحديث محل الطريقة غير البارة لاستخدام الأوتار (المبنية على قطاعات من الدائرة) التي استخدمت بواسطة عالم الفلك اليوناني العظيم Ptolemy (١٠٠ - ١٧٠) ويتم تعريف هذه الدوال بواسطة أضلاع المثلث القائم الزاوية، والمسمون بـ «م» للضلع المقابل لزاوية ما و «ج» للضلع المجاور لها و «و» للوتر، وهذه الدوال هي $\frac{م}{و} = \text{جنا}$ ، $\frac{ج}{و} = \text{ظا}$ ، $\frac{و}{ج} = \text{جتا}$ ، وقد نتج منه هذه التعريفات البسيطة عالم غير مصدق من العلامات. وقد كان حساب المثلثات عبارة عن أعظم تطور هام للرياضيات والفلك والعلوم العملية مثل مساحة الأراضي وبناء الحصون.

والدوال الثلاثة الأخرى هي عبارة عن مقلوب الدوال الأولى وهي :

$$\frac{\text{ج}}{\text{م}} = \frac{1}{\text{ظا}} = \text{ظنا} , \frac{\text{و}}{\text{ج}} = \frac{1}{\text{حنا}} = \text{قا} , \frac{\text{و}}{\text{م}} = \frac{1}{\text{حا}} = \text{قتا}$$



البطاني

قام البطاني (المتوفى عام ٩٢٩) بإنتاج عدد من العلاقات المثلثية والتي تتضمن :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \gamma}{\sin \delta}$$

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \sin^2 \gamma$$

وقام كذلك بحل المعادلة $\sin \alpha = \sin \beta$ مكتشفاً بذلك المعادلة

$$\sin \alpha = \sin \beta$$

فمت أيضاً
بإستخدام فكرة المماس
أو الظل (التي قدمها المرواني
(المتوفى عام ٩٠٠) لأول
مرة) لتطوير معادلة
لحساب ظل الزاوية ومقلوب
الظل. وكذلك فمت بتجميع
جدول لمقلوب الظل.



أبو وفا

استنتج أبو وفا (المتوفى عام ٩٩٨) العلاقات التالية :

$$\text{جا (أ + ب)} = \text{جا أ جتا ب} + \text{جتا أ جا ب}$$

$$\text{جتا ٢ أ} = ١ - \text{جتا ٢ جا أ}$$

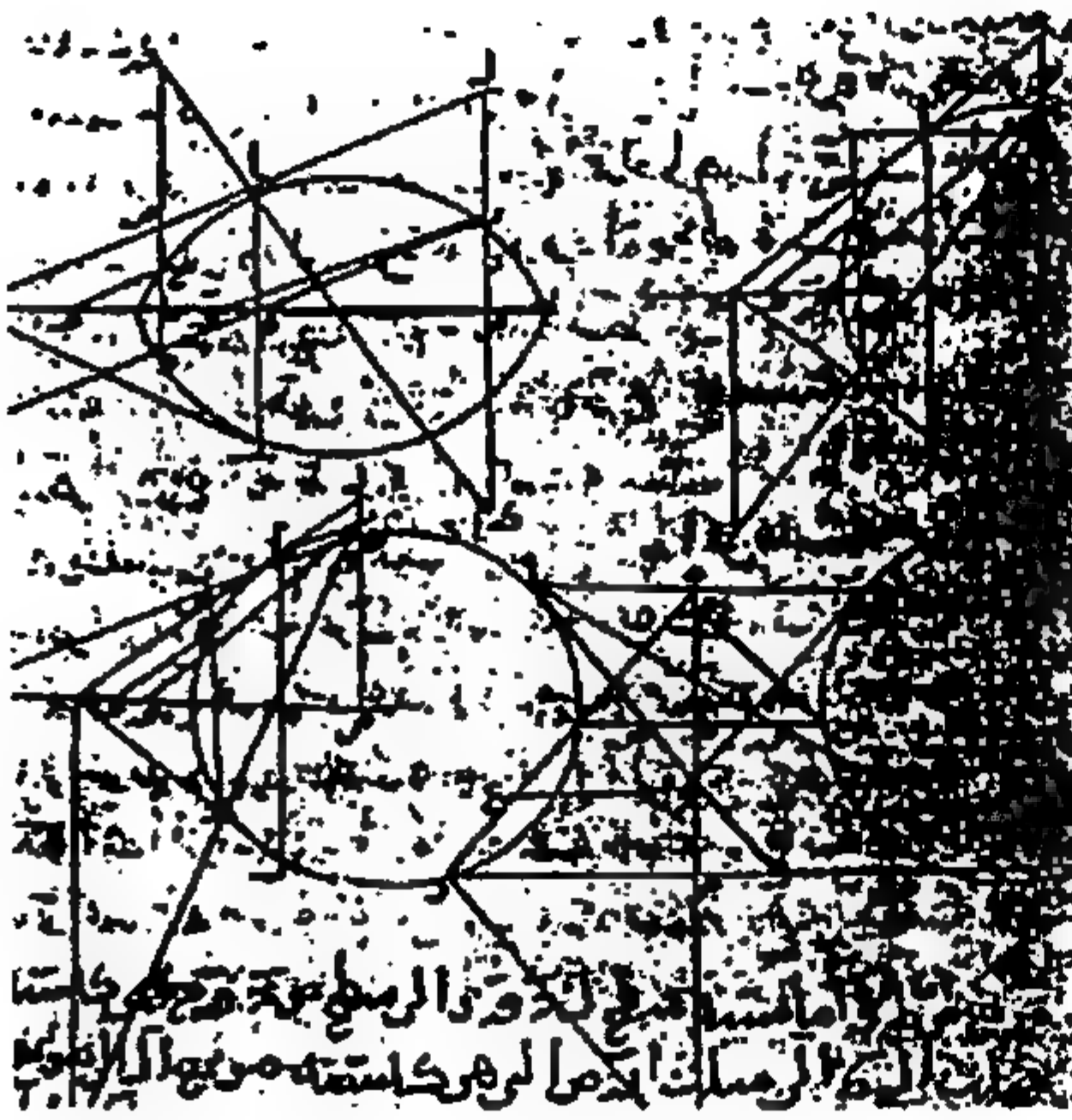
$$\text{جا ٢ أ} = ٢ \text{ جا أ جتا أ}$$

وكذلك اكتشف صيغة الجيوب للهندسة الكروية

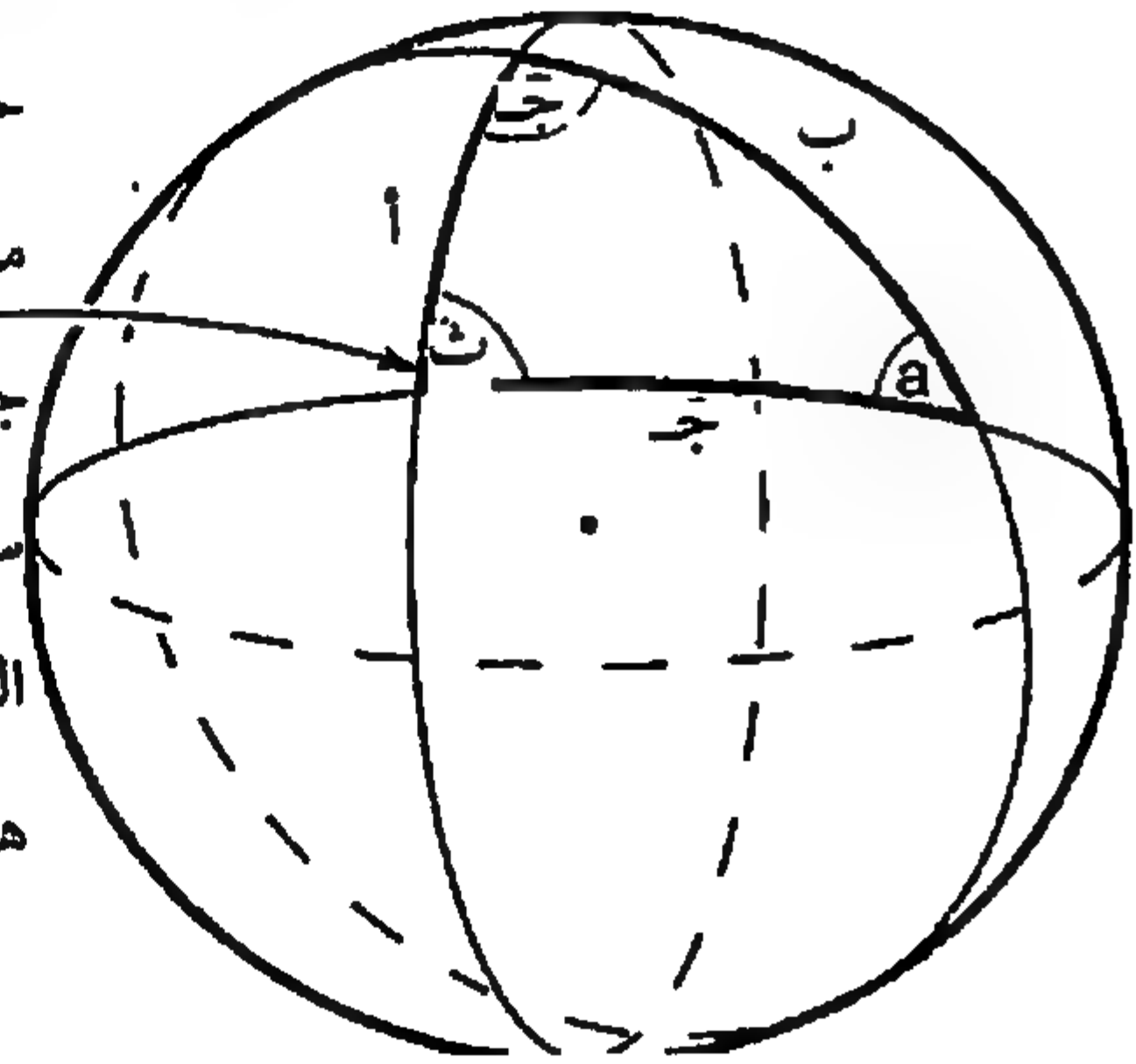
$$\frac{\text{جا أ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{جا ب}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جا ج}}{\text{جا ج}}$$



كانت أعماله نافعة جداً للدرجة أنها عبرت أوروبا كلها خلال فترة النهضة . قمت أيضاً بإعداد جداول مثلثية جديدة وطورت طرق حل بعض مسائل المثلثات الكروية.



حيث أ، ب، جـ هي أطوال أجزاء الدوائر التي تكون مثلثاً على سطح الكرة مقدرة بالدرجات أما أ، ب، جـ فهي الزوايا المقابلة لها. ويتم عمل الدوائر على سطح الكرة بواسطة المستويات التي تمر بمركز تلك الكرة. (في هذه الأيام تتبع الطائرة العابرة للقارات هذه الدوائر حيث إنها تعتبر أقصر مسافة بين نقطتين).



ابن يونس وثابت بن قرّة

قام ابن يونس المتوفى عام ١٠٠٩ بتحقيق الصيغة التالية :

$$\frac{1}{4}(\text{جنا} + \text{ب}) = \text{جنا} (\text{ب} - \text{أ})$$

وبالرغم من أنها مبنية أساساً على علم المثلثات إلا أنها مكتتبا من تحديد قيمة لحاصل الضرب على صورة مجموع. وفي الوقت الذي كانت فيه عملية ضرب رقمين مكونين من عدد كبير من الخانات تعتبر عملية مملة كانت هذه المعادلة موفرة للجهد بطريقة كبيرة ، بعد ذلك أعطت هذه الصيغة بواذر نشأة اللوغاريتمات والتي قامت بنفس المهمة بصورة مباشرة، أيضاً أدت هذه الصيغة إلى الصيغة الأساسية لحساب المثلثات الدائرية المستخدم في هذه الأيام من خلال معادلة جيب التمام.

$$\hat{\text{جنا}} \text{أ} = \hat{\text{جنا}} \text{ب} \hat{\text{جنا}} \text{ج} + \hat{\text{جا}} \text{ب} \hat{\text{جا}} \text{ج} \hat{\text{جنا}} \text{أ}$$

(حيث أن أ هو طول الضلع الدائري و أ هي الزاوية المقابلة له).

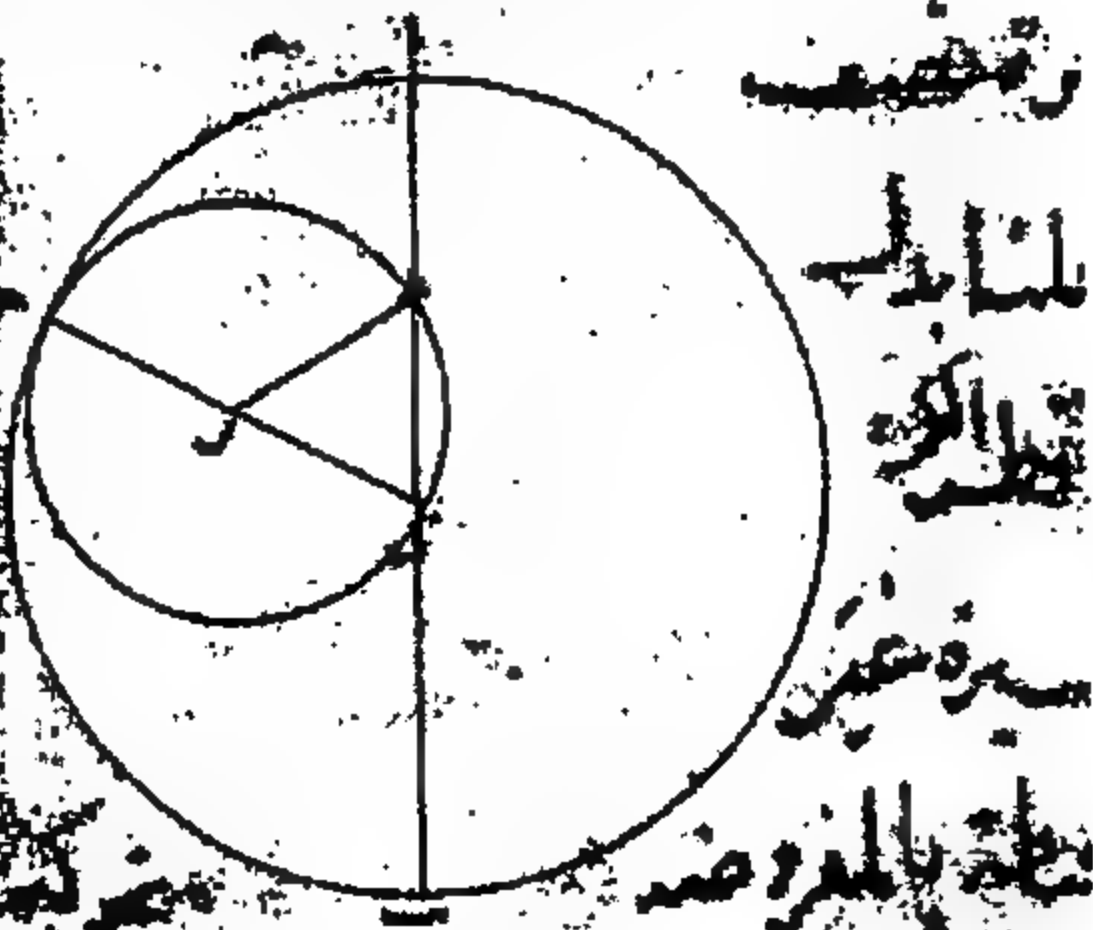
كتب ثابت بن قرّة (المتوفى عام ٩٠١) في نظرية الأرقام واستخدامهم في وصف النسب بين الكميات الهندسية وهي خطوة لم يخطها اليونانيون أبداً.



وكذلك
ناقش السؤال :
أين تتلاقى الخطوط
المتوازية إذا كان
من الممكن
أن تتلاقى ؟

الطوسي

بن المراد من الدائرة الصغيرة مداراً

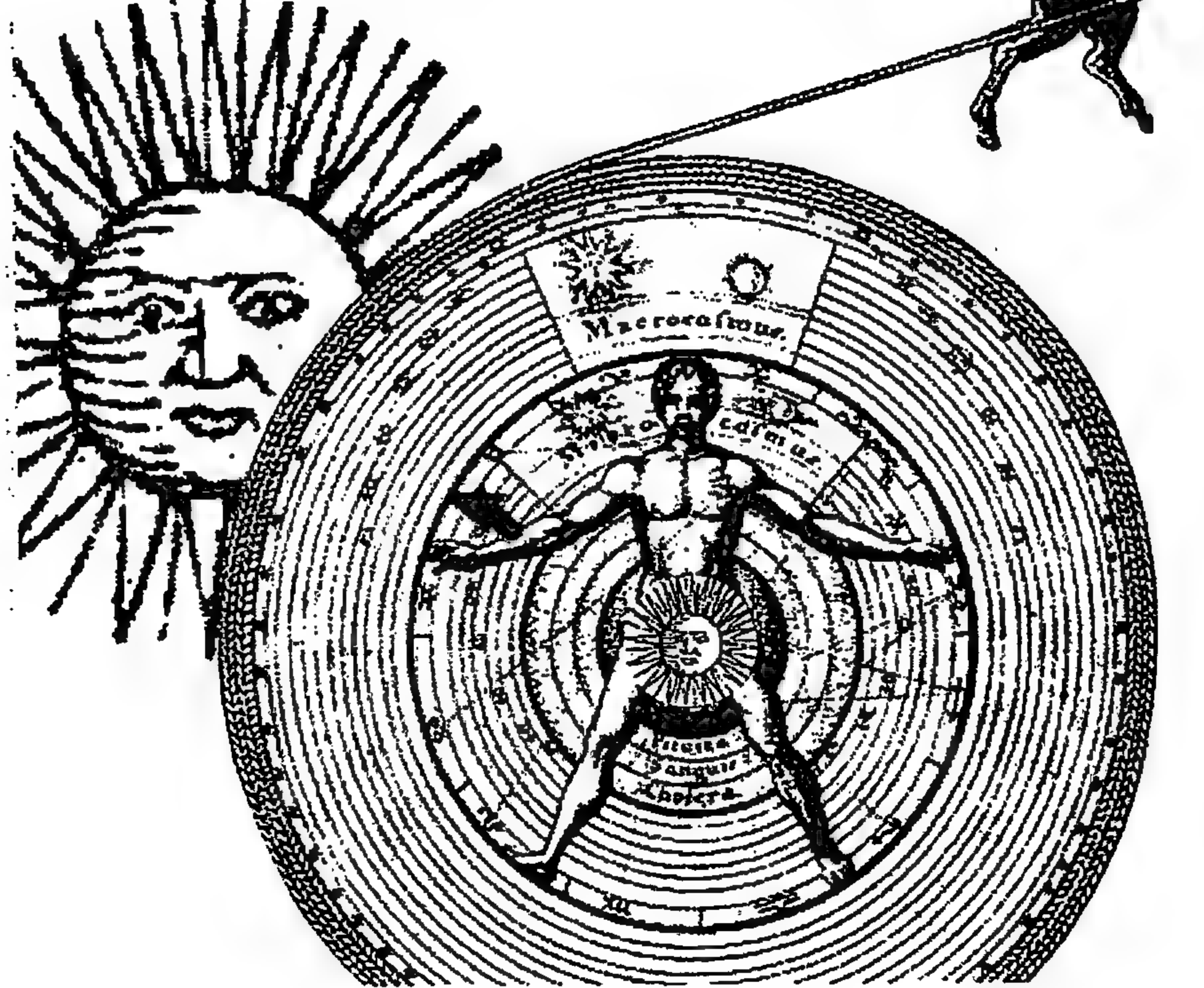


القطر الذي وضعه طوسي ما زلنا

نذكره في هذا البحث

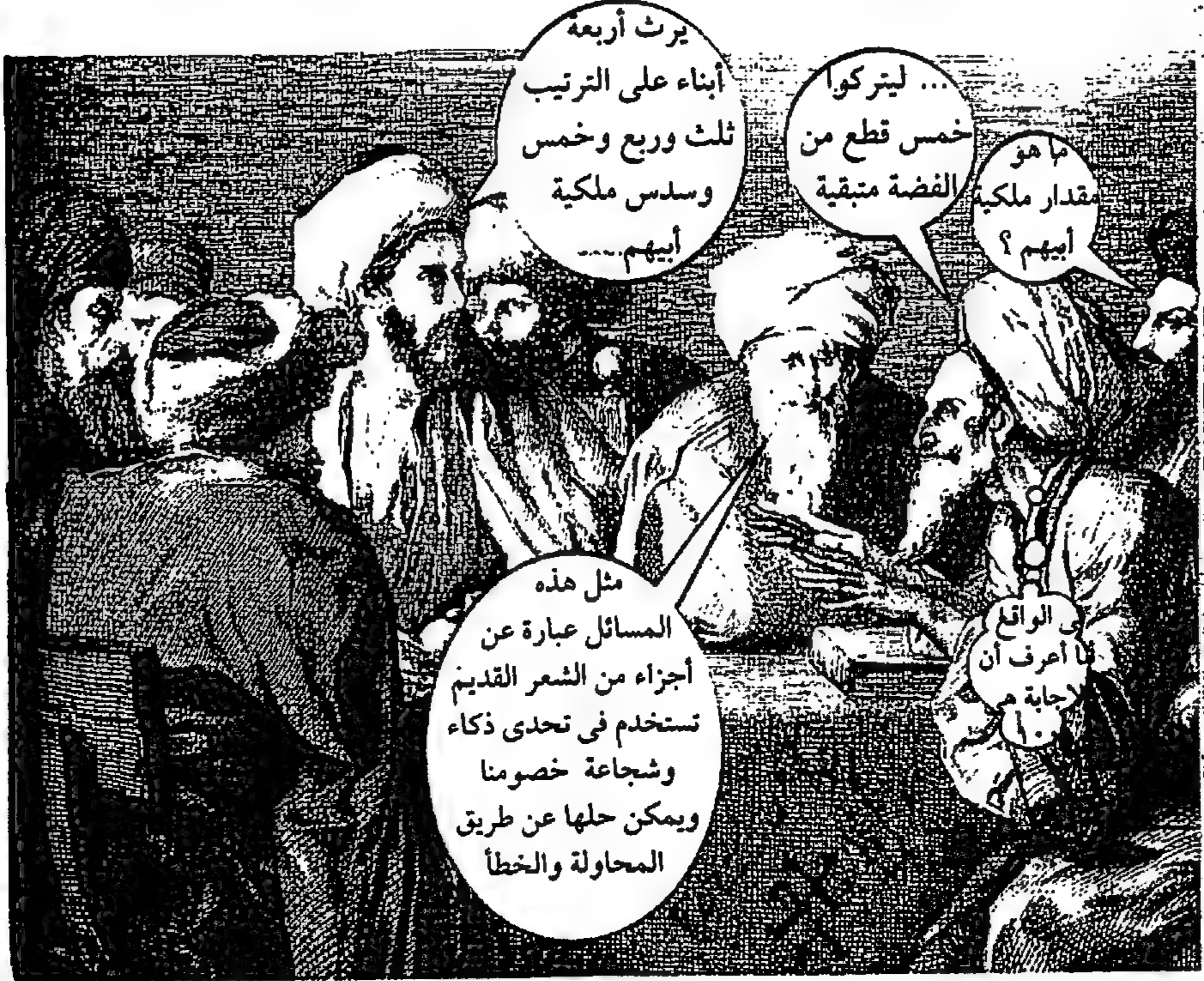
العالم نيقولاس كوبرنيكوس (١٤٧٣ - ١٥٤٣) من تمثيل حركة الكواكب المعقدة على هيئة حركة دائرية مركبة وذلك سهل عليه إنشاء نظام فلكي يتمركز حول الشمس وليس الأرض.

يعتبر ناصر الدين الطوسي (المتوفى عام ١٢٧٤) أفضل العلماء في مجال حساب المثلثات بنوعيه المستوي والكروي. ومعالجته المبنية على الفهم لتحليل المثلثات الكروية تعتبر واحدة من الدراسات المؤسسة لتطوير علم الرياضيات. وقد أسس أزواج طوسي والتي وضح من خلالها أن الحركة في خط مستقيم ذهاباً وإياباً يمكن تمثيلها على هيئة تراكب حركتين دائريتين. وقد مكن هذا البحث



حل المسائل التي تتضمن أرقاماً صحيحة

ظلت المسائل التي لها حلول عبارة عن أرقام صحيحة شائعة على مر القرون، فهذه هي الأرقام التي يفهمها التلاميذ. ومثال تلك المسائل هو مسألة الوراثة :



وتم التوصل لأول تقريب لهذه المسائل بواسطة ديوفانتوس (٢٧٥) وكان علماء الرياضيات المسلمون على درجة عالية من النشاط في تطوير هذا العمل. وكانت نقطة البدء الطبيعية هي أرقام فيثاغورث مثل ٣، ٤، ٥ والتي تكون أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية، وتم تعميم هذه العلاقة وقام العلماء المسلمون بالبحث عن حل صحيح للمعادلة $s^2 = n^2 + v^2$ وكان هناك العديد من علماء الرياضيات من قاموا بإثبات استحالة حل هذه المعادلة ومن ضمن هؤلاء كان فيرمان لو الذي سميت هذه المسألة باسمه. وقام العلماء التاليين باكتشاف بعض الأخطاء التي بينت أن هذه المسألة صعبة جداً بالفعل !

نشأة الرياضيات الأوروبية

اعتمدت الرياضيات الأوروبية في تطورها على المساهمات من كل الحضارات الأخرى، فخلال العصور الوسطى كانت أوروبا أقل شأنًا من الحضارات الأخرى في كل نواحي التقنية والعلوم والثقافة . وقد بدأت في اللحاق بالركب عن طريق الاحتكاك الثقافي أثناء الحملات الصليبية ومن خلال الحوار بين العلماء في كل من أسبانيا وإيطاليا. وقد تم نقل وترجمة الأعمال العربية سواء إذا كانت مترجمة من اليونانية أو أعمالاً أصلية وذلك بواسطة فرق عمل متضمنة الوساطة اليهودية في بعض الأحيان.

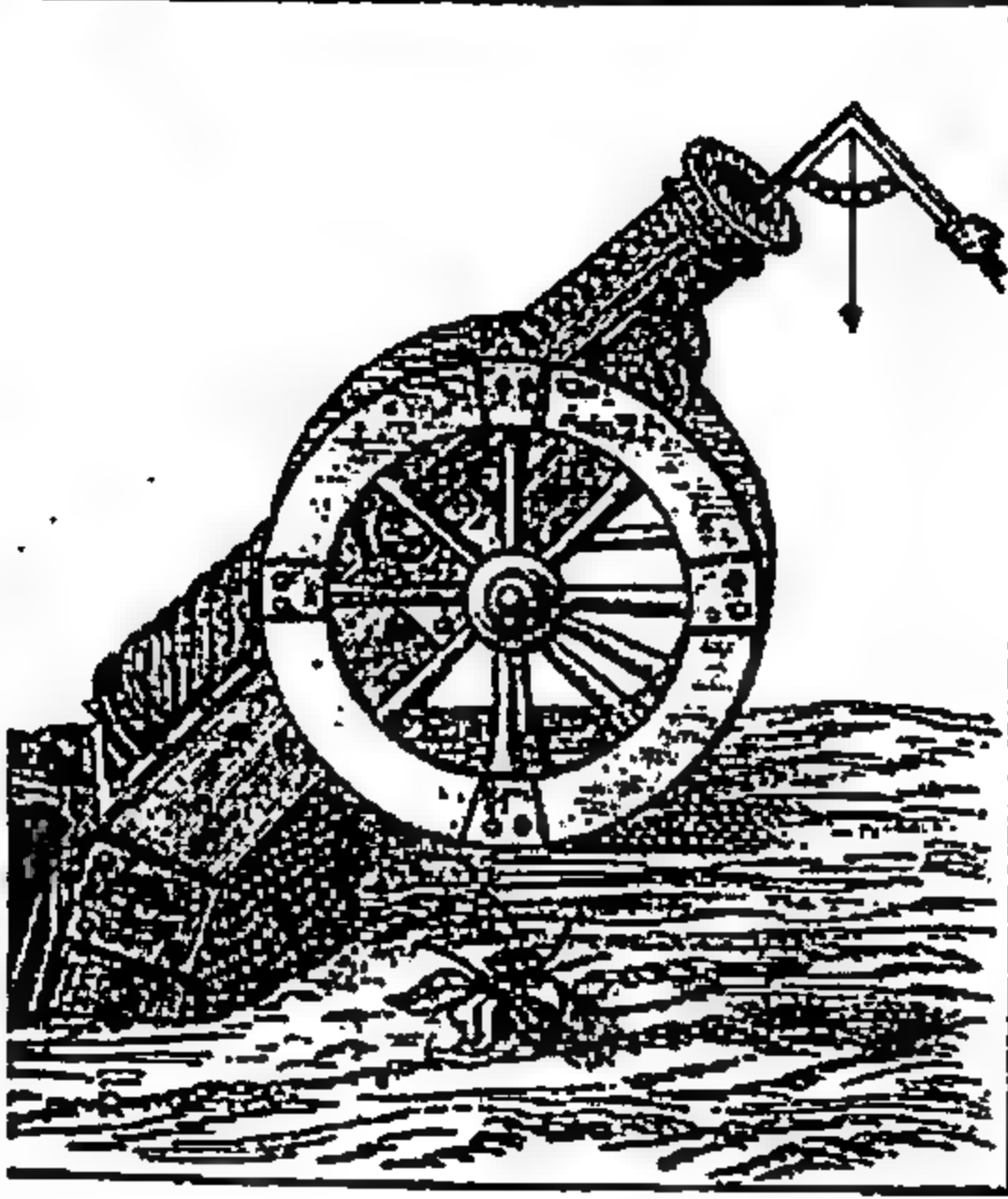


ومن بقايا هذه العملية الأسماء العلمية التي تبدأ بـ "ال" مثل الجبر والكحول (Algebra & Alcohol). وقد تم إعادة اكتشاف العلاقات الفيثاغورية من الرياضيات الفنية والصوفية خلال عصر النهضة في القرن الخامس عشر.

بعد ذلك في القرن السادس عشر وهو عصر
التوسع بدأت الرياضيات الأوروبية في النهضة



الاكتشافات والفتوحات والحروب الدينية
كانت هي الفكرة العظيمة في هذا العصر



وكانت الرياضيات لها دور أساسي في الإبحار في
أعلى البحار وتم تطبيقها في كثير من المجالات مثل الدفاع
(تصميم الحصون) والهجوم (مصابط المدفعية) في داخل
الأوطان. وكانت المجالات مثل حساب المثلثات هامة جداً
لنجاح هذه المغامرات، وقد تم تقديمها في كلا المجالين
التجريبي والنظري.

هذا بالإضافة إلى التطور المتتابع للعلوم التجارية والتي تطلبت تحسين طرق المحاسبة. وقد دعت
الكنيسة في البداية لاستخدام الأرقام العربية والاحتفاظ بالكتب ذات اللغتين (العربية والأوروبية على
سبيل المثال). وكان ذلك لا يحتاج إلى تبرير ولكنه أمر واجب القبول. وفي هذه الأيام أصبحت هذه
الأمور هامة جداً لدرجة يصعب معها إهمالها أو تجاهلها.

وقد صاحب تطور الرياضيات الأوروبية فى المجال النظرى بعض الأزمات والمتناقضات. فقد أصبحت الأرقام السالبة والأرقام غير النسبية (والتي نادراً ما أزعجت الصينيين والهنود والمسلمين) على درجة عالية من الصعوبة بالنسبة لعلماء الرياضيات الأوروبيين حتى أثناء استخدامهم بنجاح باهر. وفى الحال أدت هذه المتناقضات إلى ظهور مجالات جديدة من الرياضيات ...



رينيه ديكارت

ويلاحظ أن أعظم مبتكر أوروبي في الرياضيات هو الفرنسي رينيه ديكارت (١٥٩٦ - ١٦٥٠) والذي كان فيلسوفاً أيضاً. ومن خلال أبحاثه الشخصية في التأكد تحول من تعلم الأدب الإنساني إلى متابعة الرياضيات، ولكنه في البداية كان محبطاً.



لماذا كان ديكارت على هذه الدرجة العالية من الاستخفاف بالجبر لدرجة أنه أراد أن يحسنه؟ حسناً، فقد كان الجبر مصاغاً جزئياً في خلال القرن السادس عشر، فقد كانت هناك بعض النقاط العامة ذات الأسماء المختصرة التي لم تكن على درجة وصف واضحة ولا حتى تمت معالجتها بطريقة بارعة. ولكن بالنسبة لعلماء الرياضيات في ذلك الوقت كانت هناك أمور أسوأ، فقد وجدوا أنفسهم يقومون بوصف أشياء تافهة أو سيئة!

لقد ذكرنا سابقاً الأرقام التخيلية، وهي جذور المعادلات مثل $٢ + ١ = ٠$ ، إلى
أى نوع من الأرقام تنتمي هذه الأرقام ؟
فنحن لا نستطيع عد الأشياء بواسطة هذه الأرقام. أيضاً ما هي الكميات الفيزيائية
التي يعطى مربع قياسها كميات سالبة ؟ هذا يعنى أنه يلزم التعامل مع هذه الأرقام
بمعالجة بارعة لبعض القواعد، وفي النهاية لا توجد دواعى قلق من كتابة الهراءات مثل
تلك !



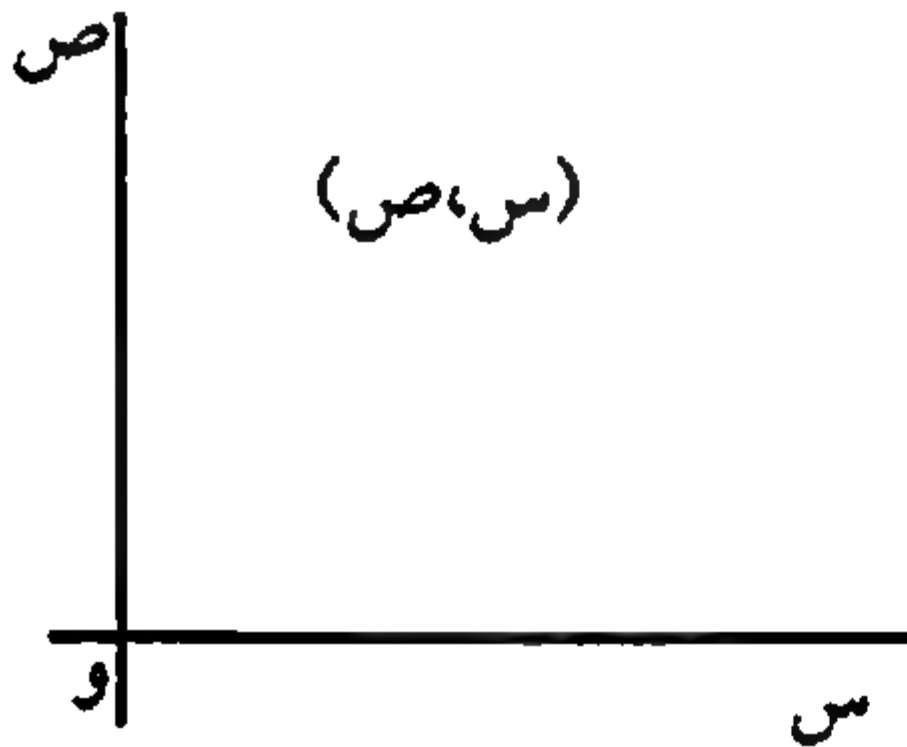
لوفى الحال
ظهرت متناقضات
أخرى !

الهندسة التحليلية

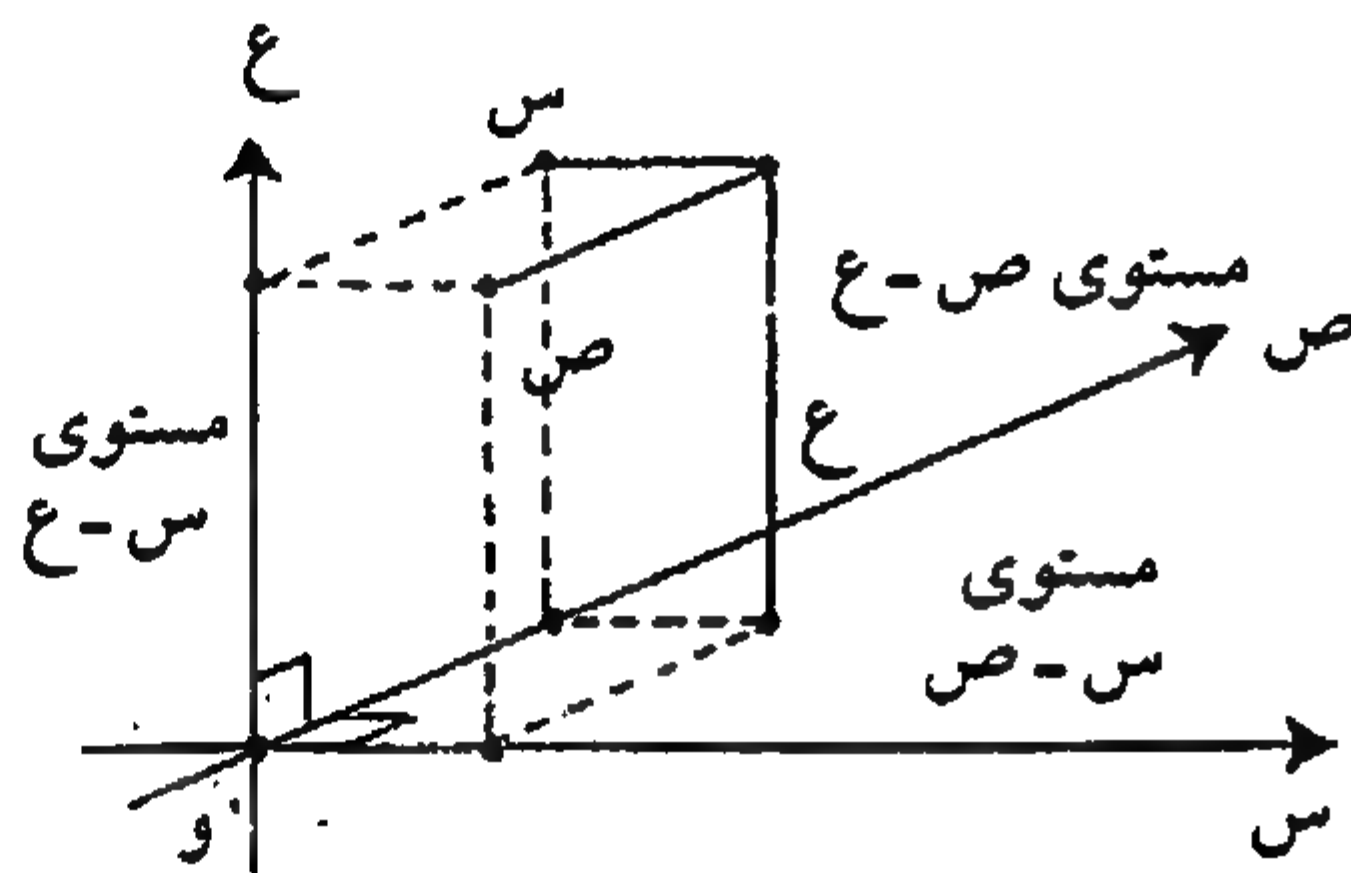
ظهرت الهندسة التحليلية أو هندسة الإحداثيات كنتيجة لمجهودات ديكارت. وتبنى الهندسة التحليلية على فكرة أن أى نقطة فى الفراغ يمكن ...



فى الهندسة المستوية يوجد محوران متعامدان نطلق عليهما «محور س» و«محور ص». ويمكن تحديد موقع أى نقطة فى المستوى بواسطة إحداثياتها (س، ص) والتي تعطى المسافة بين تلك النقطة ونقطة الأصل على المحور بين س و ص ، ونقطة الأصل هى نقطة تقاطع المحورين.



أما فى حالة الثلاثة أبعاد فيوجد ثلاثة محاور متعامدين تبادلياً وهم محور س و ص و ع



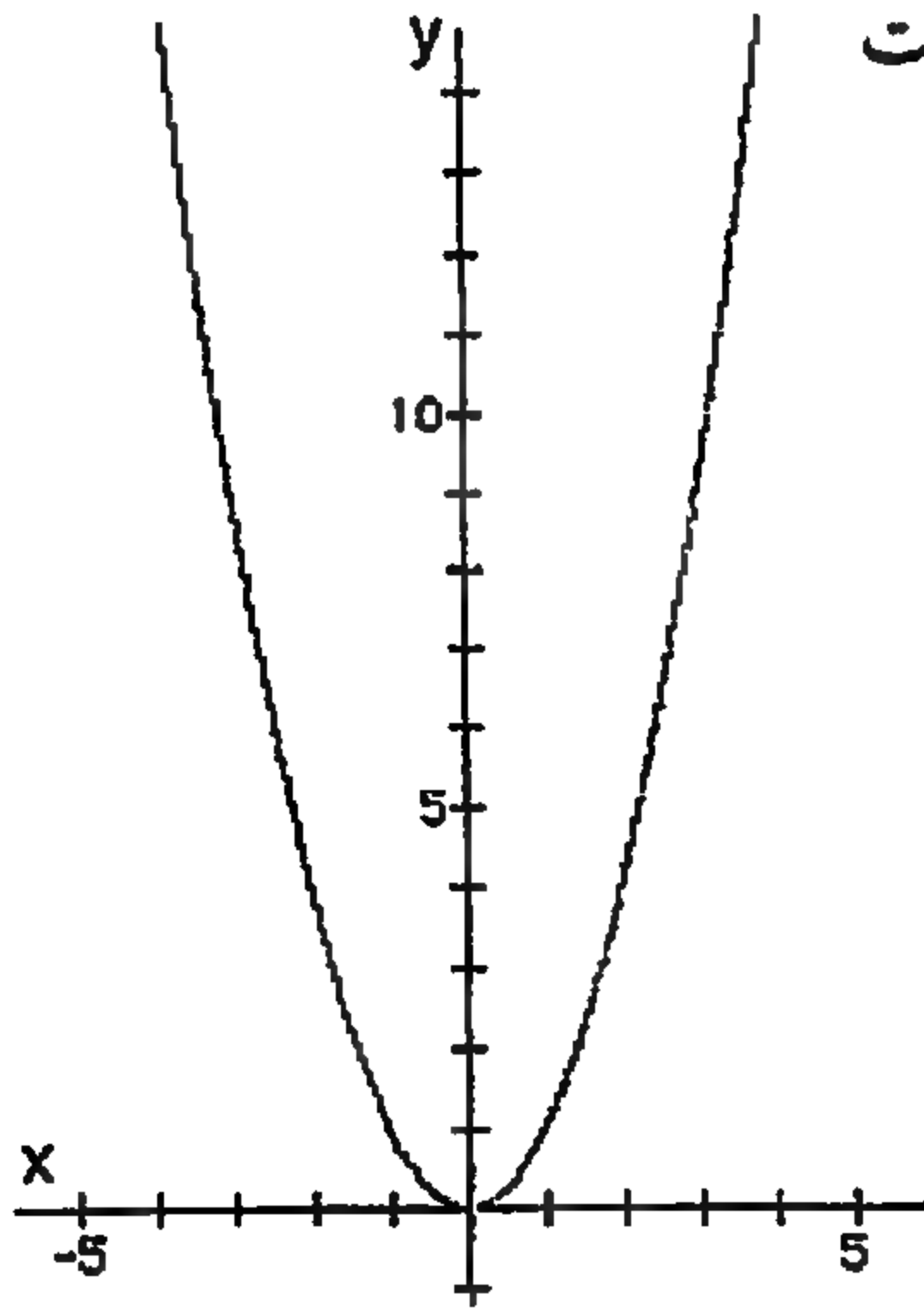


يمكن تمثيل
أي شكل على محوري
س، ص نقطة بنقطة



بالإضافة
لذلك يمكنك تمثيل
العلاقة بين إحداثيات
أي نقطة بواسطة
معادلة

وأبسط شكل يمكن تمثيله هو الخط المستقيم الذي يوصف بواسطة المعادلة
الخطية $ص = أ س + ب$ حيث $أ، ب$ ثوابت



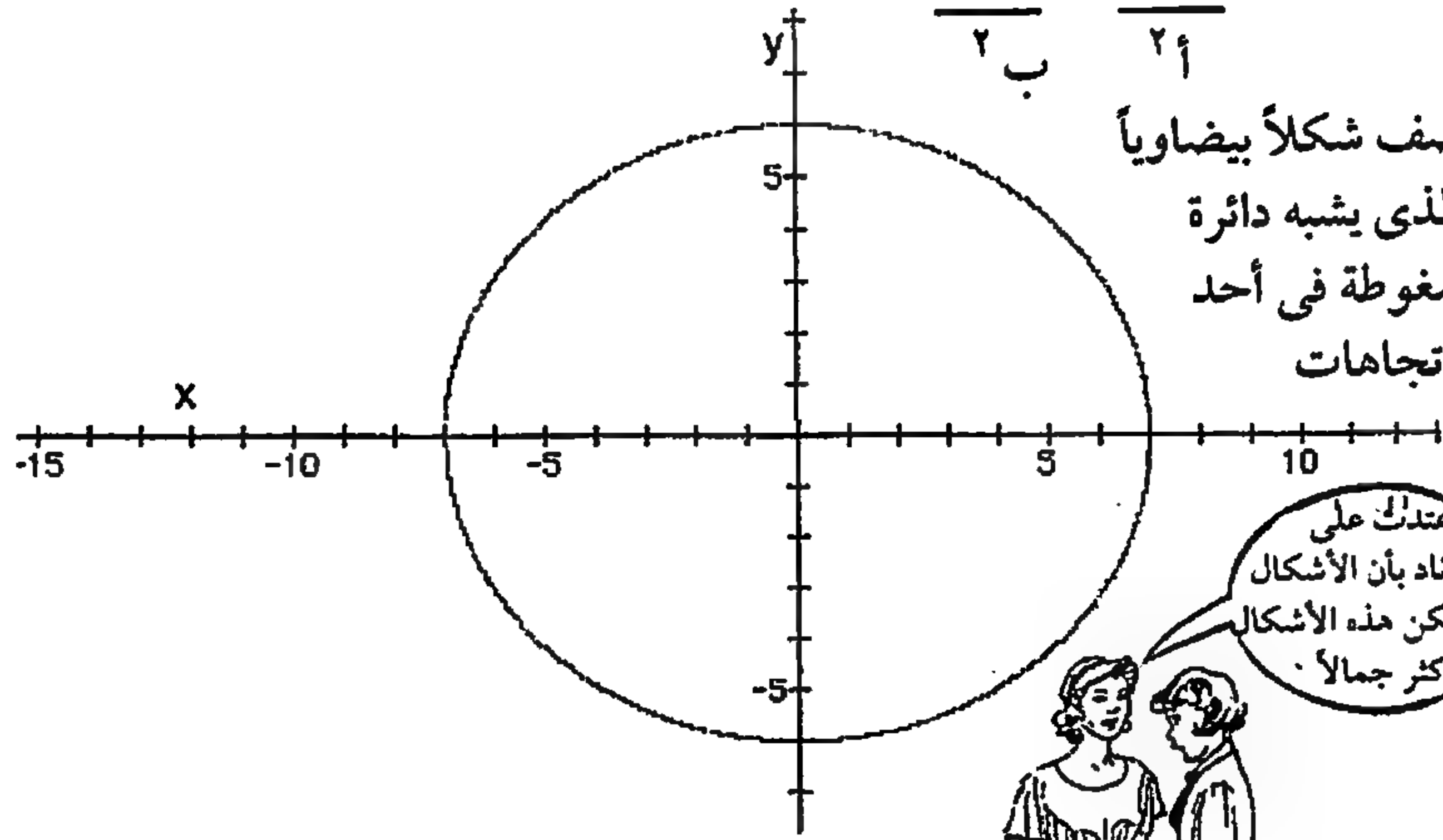
والمعادلة $ص = س^2$
نصف القطع المكافئ

... الذي يزداد
سريعاً لأعلى ..



$$١ = \frac{ص^2}{٢ ب} + \frac{س^2}{٢ أ}$$

فتصف شكلاً بيضاوياً
والذي يشبه دائرة
مضغوطة في أحد
الاتجاهات

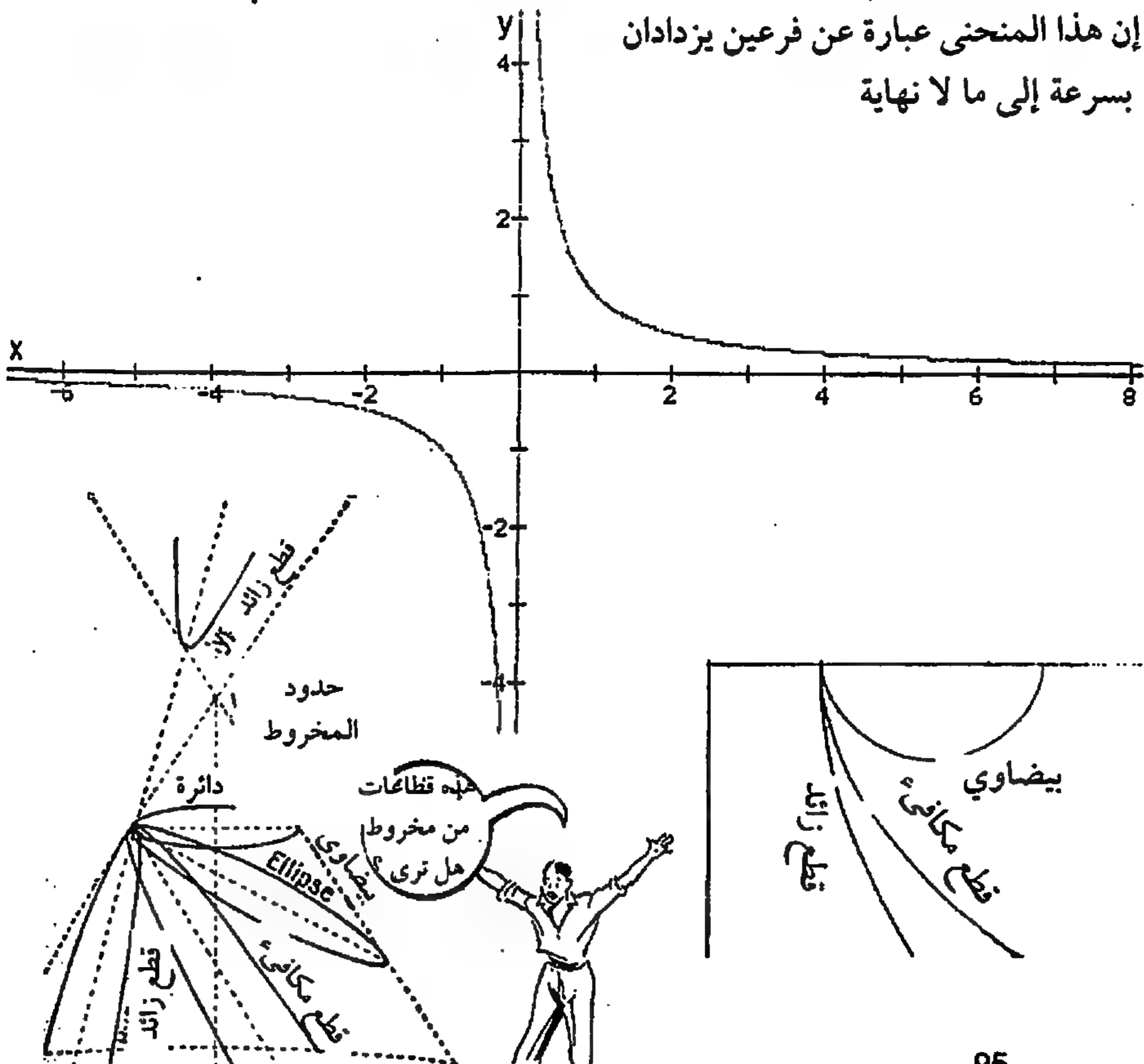


اعتدك على
الاعتقاد بأن الأشكال
مملة ولكن هذه الأشكال
أكثر جمالاً .





... وهي القطع الزائد الذي يتم تمثيله بواسطة المعادلة $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{2} = 1$. وإشارة السالب هي التي تقوم بكل أشكال الاختلافات حيث إن هذا المنحنى عبارة عن فرعين يزدادان بسرعة إلى ما لا نهاية

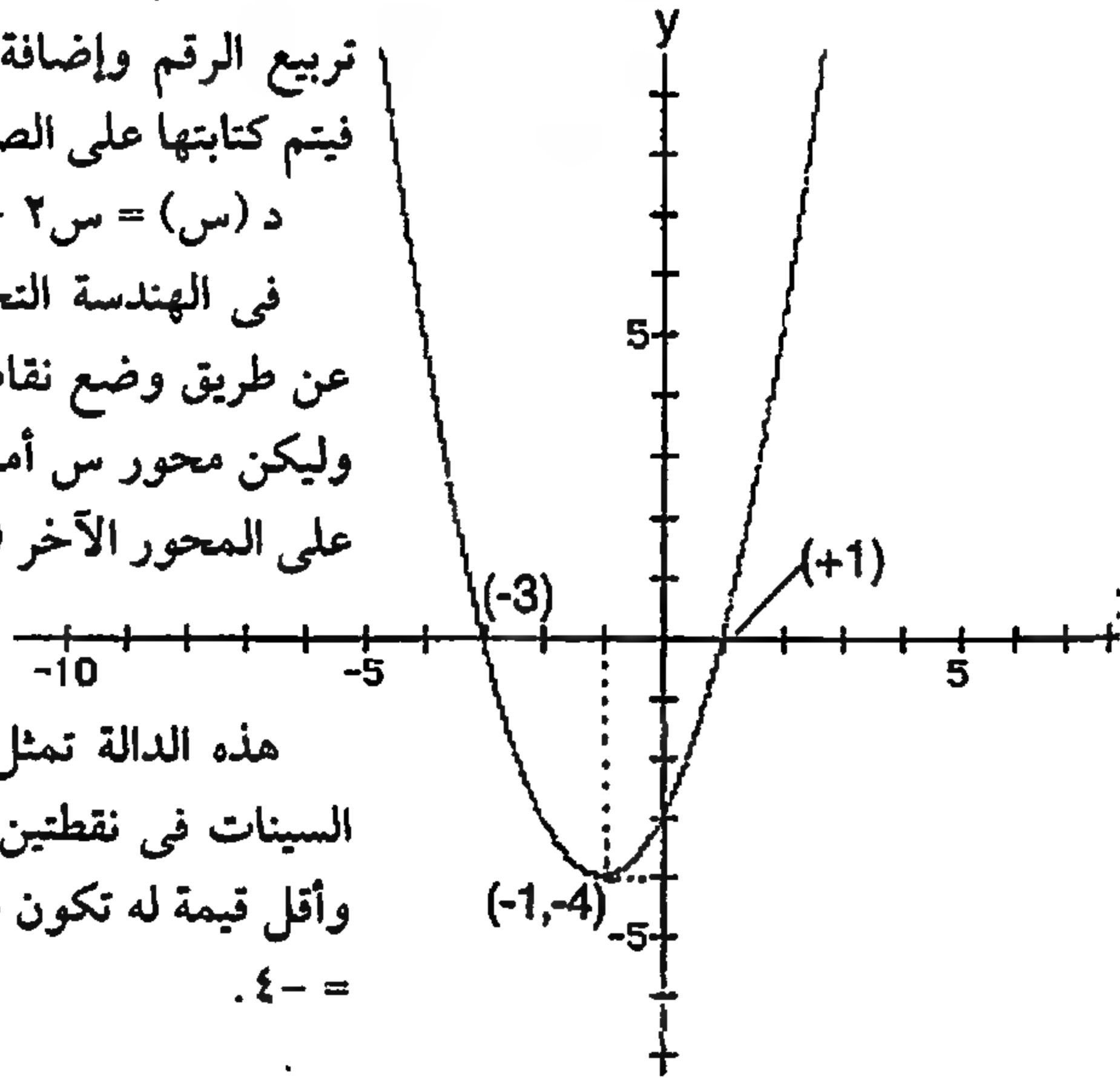


الدوال

تقوم الدوال بإظهار صورة اعتماد أو علاقة متغير ما بمتغير أو متغيرات أخرى، فنقول إن y هي دالة في x أو أن y هي دالة في x و y . (نستخدم الحروف في آخر الأبجدية للتعبير عن المتغيرات، أما تلك في بداية الأبجدية فتعبر عن الثوابت في غالب الأحيان كما استخدمهم ديكارت).



لذلك إذا كانت قاعدة تعريف الدالة هي :
تربيع الرقم وإضافة ضعفه إليه ثم طرح ثلاثة
فيتم كتابتها على الصورة
 $y = x^2 + 2x - 3$
في الهندسة التحليلية يتم رسم هذه الدالة
عن طريق وضع نقاط x على أحد المحاور
وليكن محور x أما قيم الدالة المناظرة فتكون
على المحور الآخر (محور y).



أبسط الدوال
هي الدوال
الثابتة

وتأخذ هذه الدوال الصورة $D(s) = A$.

وهذا يعني أنه بغض النظر عن قيمة s

فإن الدالة دائماً تساوي A .

دالة القوى
تأخذ الصورة $D(s) = s^n$
حيث n (رقم اختياري)
ولكنه ثابت

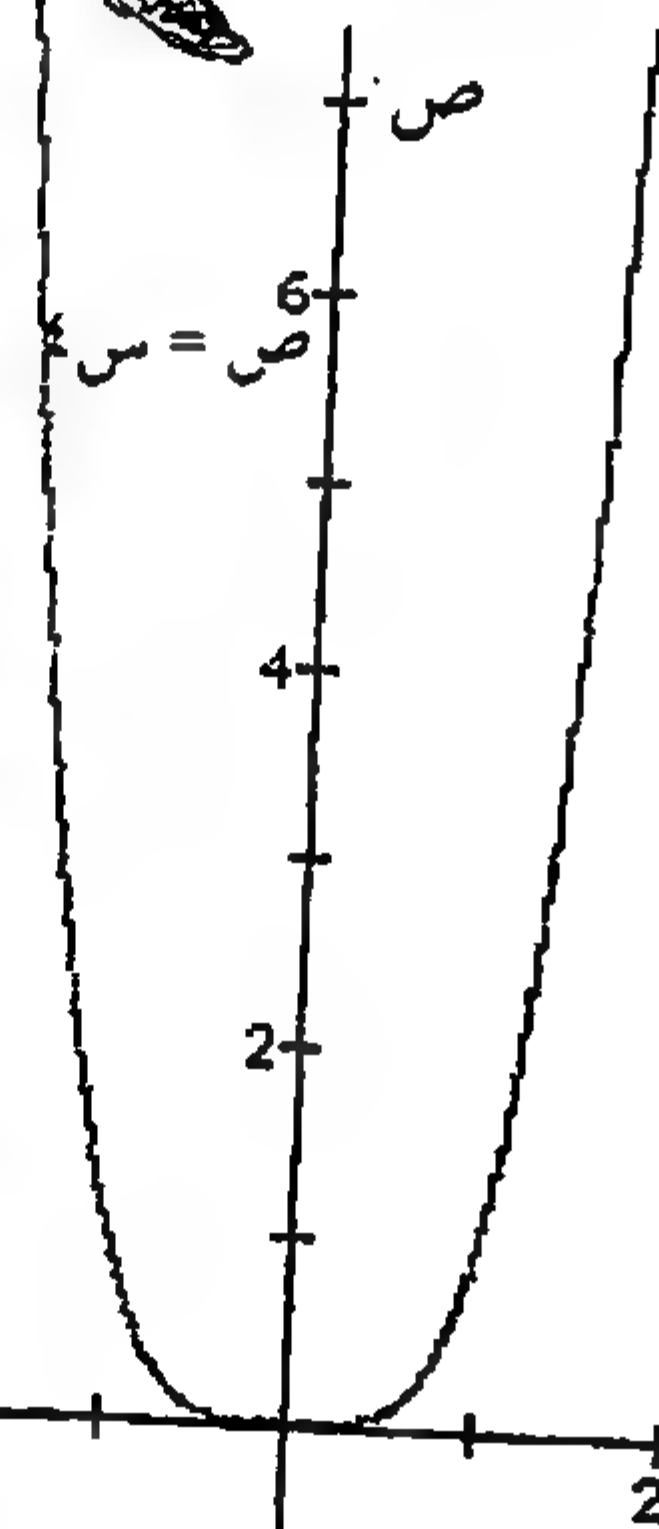
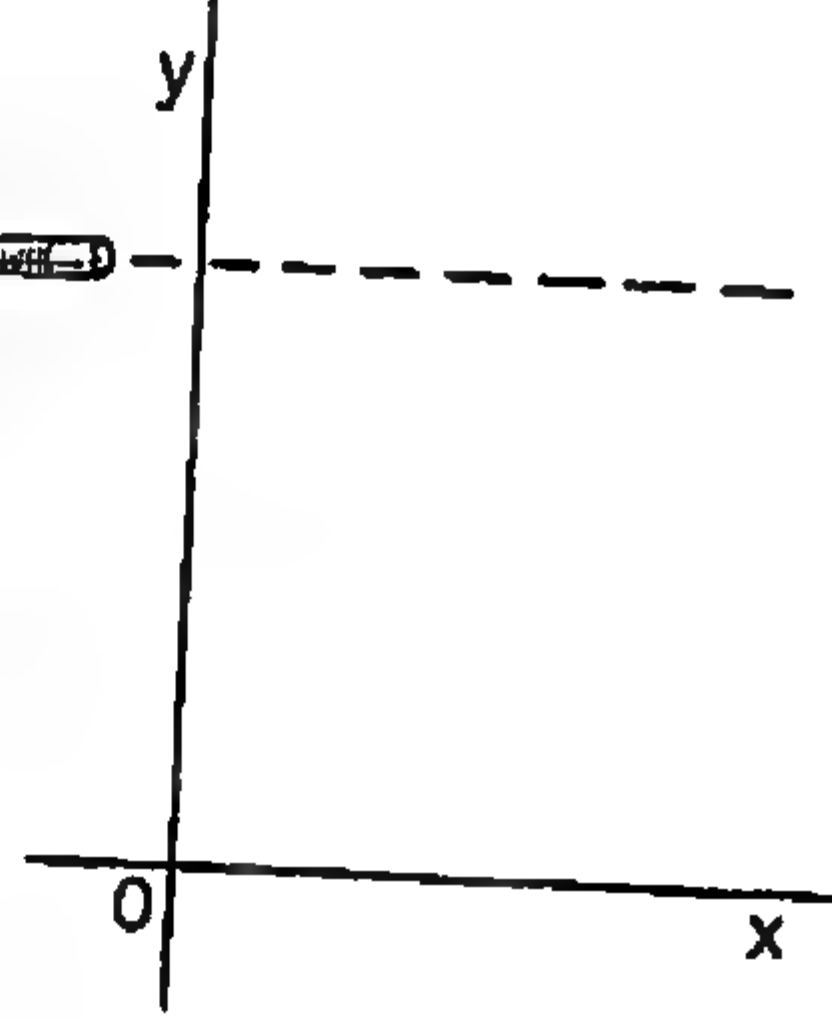


الدالة

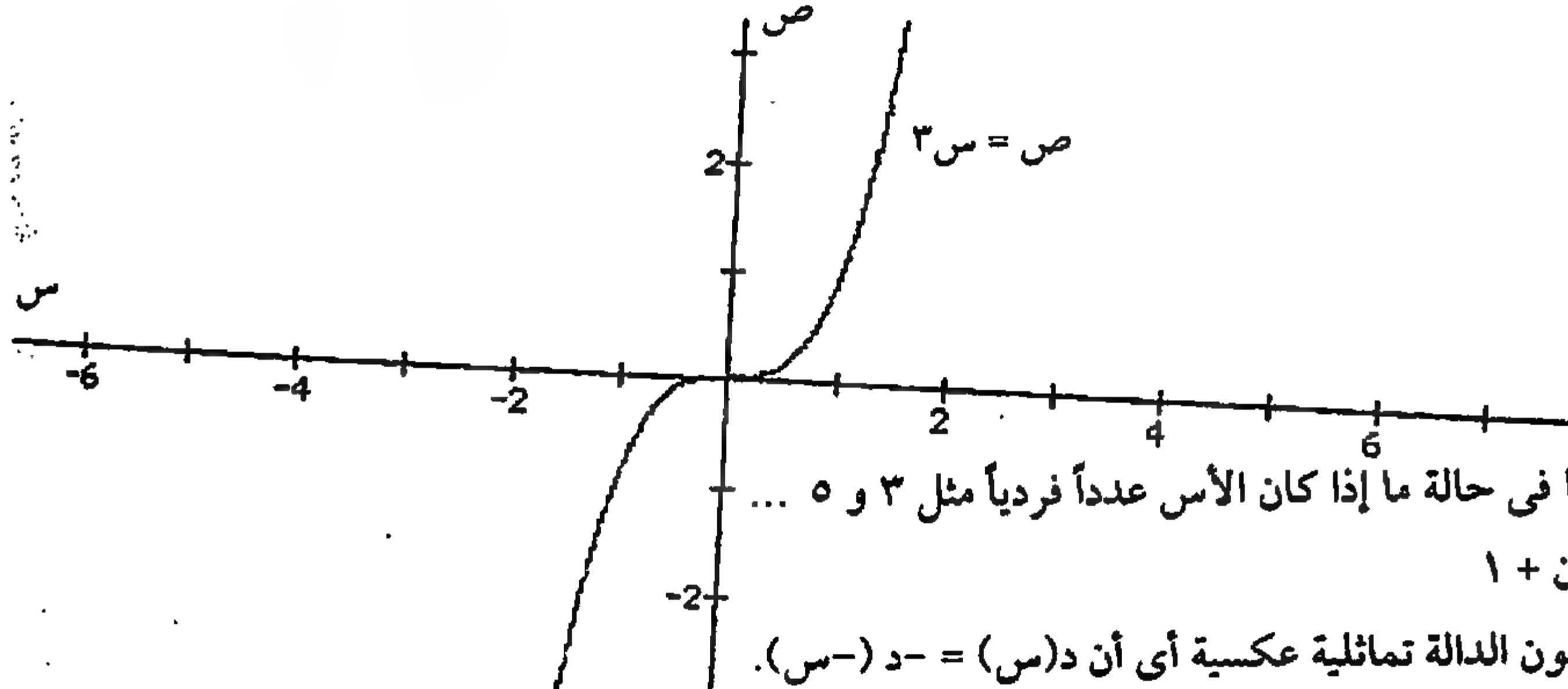
$D(s) = s^n$

s هي مثال

لدالة القوى



في حالة ما إذا كان الأس
زوجياً مثل ٢ و ٤ ... ٢
ن (قيمة n أي رقم)
تكون الدالة تماثلية أي أن
 $D(s) = D(-s)$



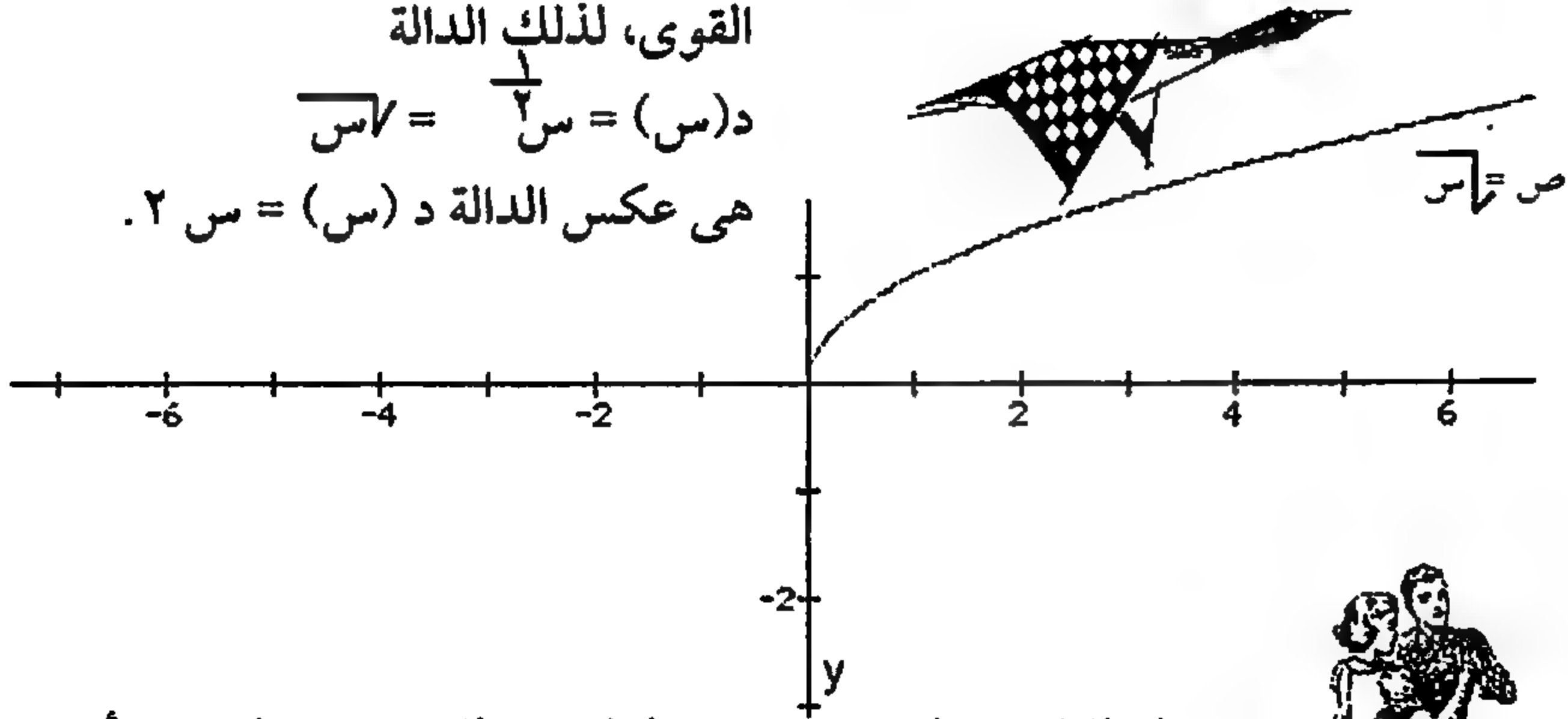
أما في حالة ما إذا كان الأس عدداً فردياً مثل ٣ و ٥ ...
 $n + 1$
تكون الدالة تماثلية عكسية أي أن $D(s) = -D(-s)$.

الدالة الجذرية هي عبارة عن «عكس» دالة

القوى، لذلك الدالة

$$د(س) = \sqrt{س} = \frac{1}{2} \sqrt{س}$$

هي عكس الدالة د(س) = س².



الدالة كثيرة الحدود يتم تمثيلها بواسطة عدد من الثوابت أ، ب، جـ

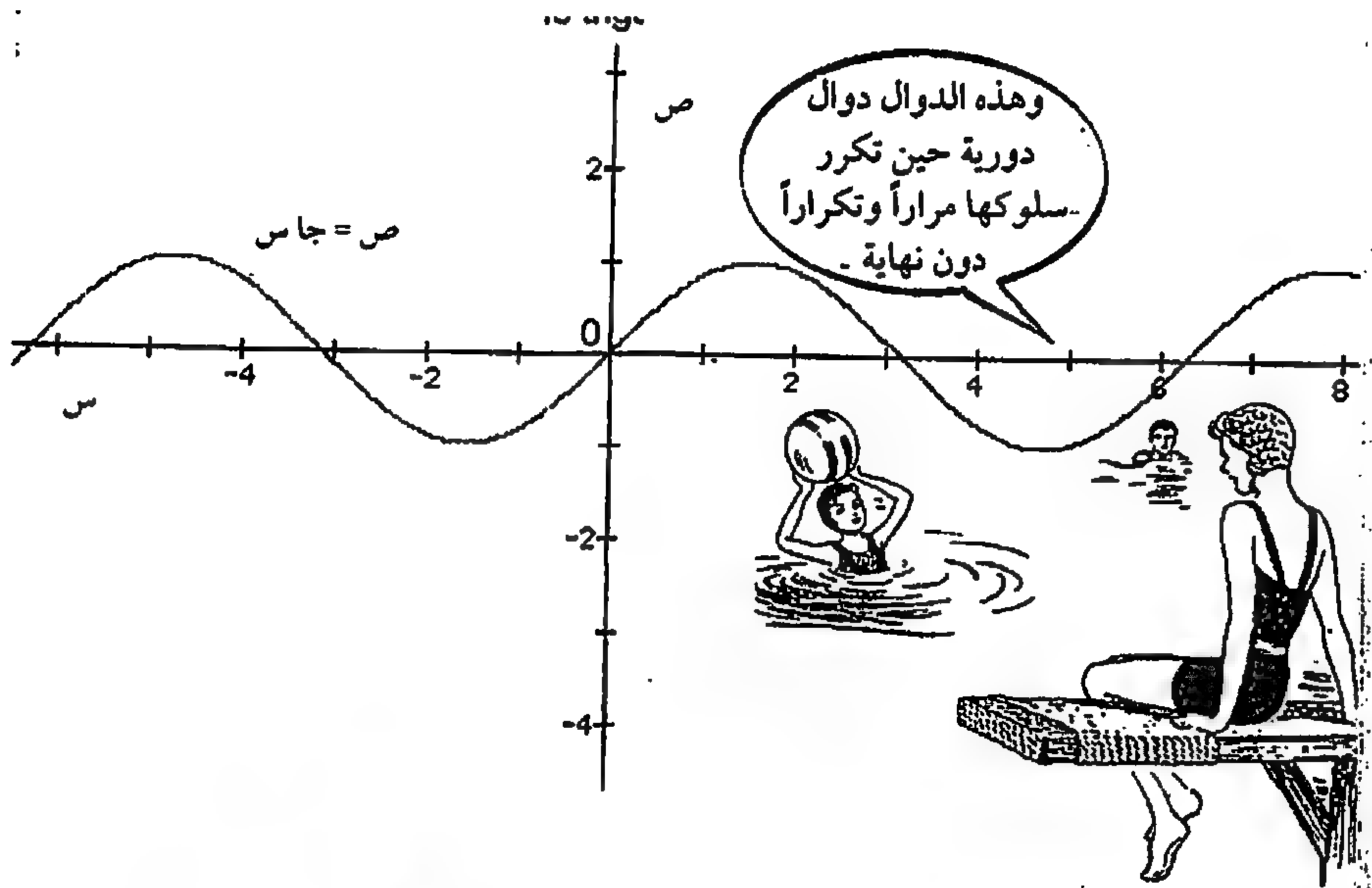
، و، ... ومتغير واحد س الذي يتغير في أسسه. لذلك الدالة كثيرة

الحدود من الممكن أن تأخذ الصورة

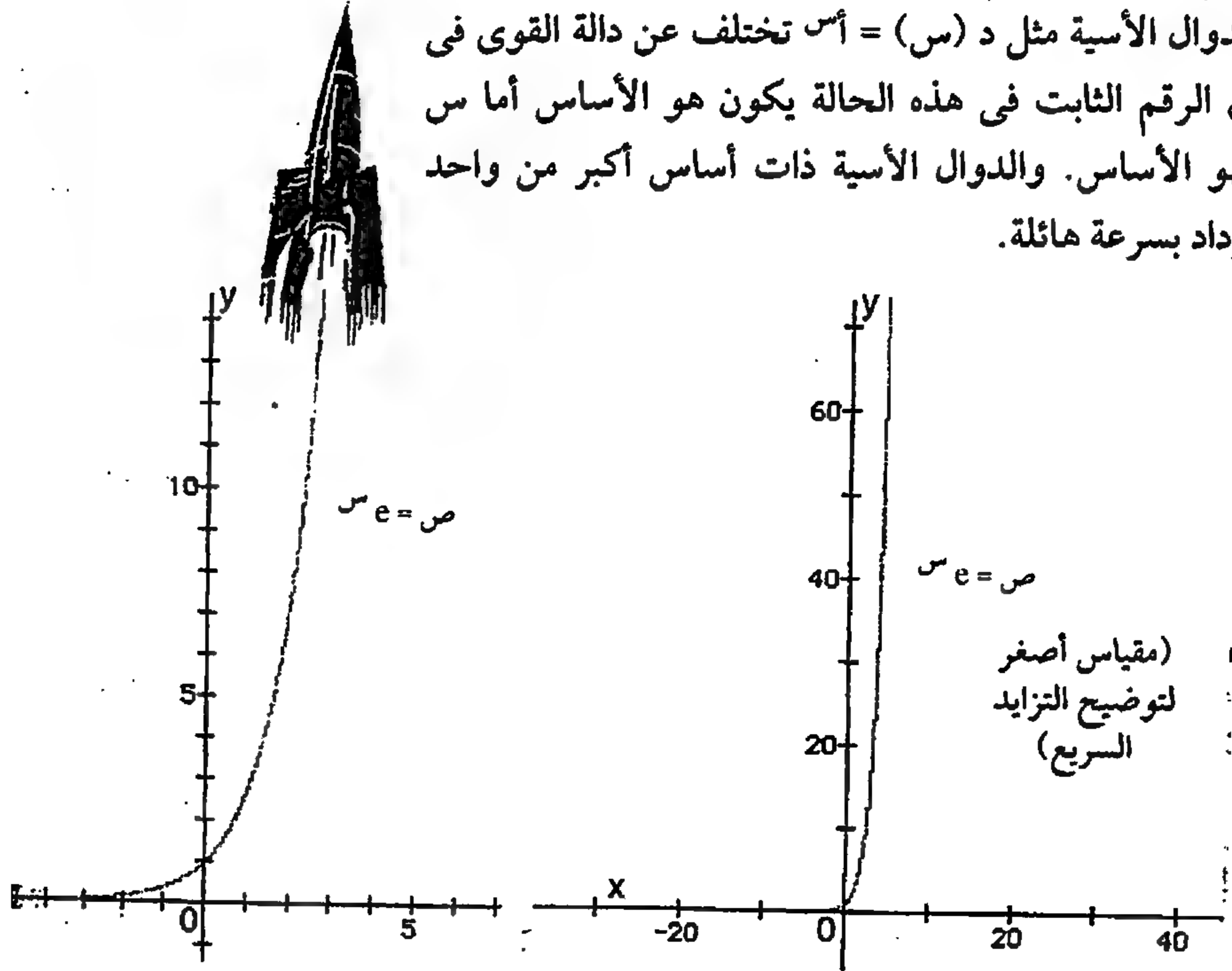
$$د(س) = أ س^3 + ب س^2 + جـ س + د .$$



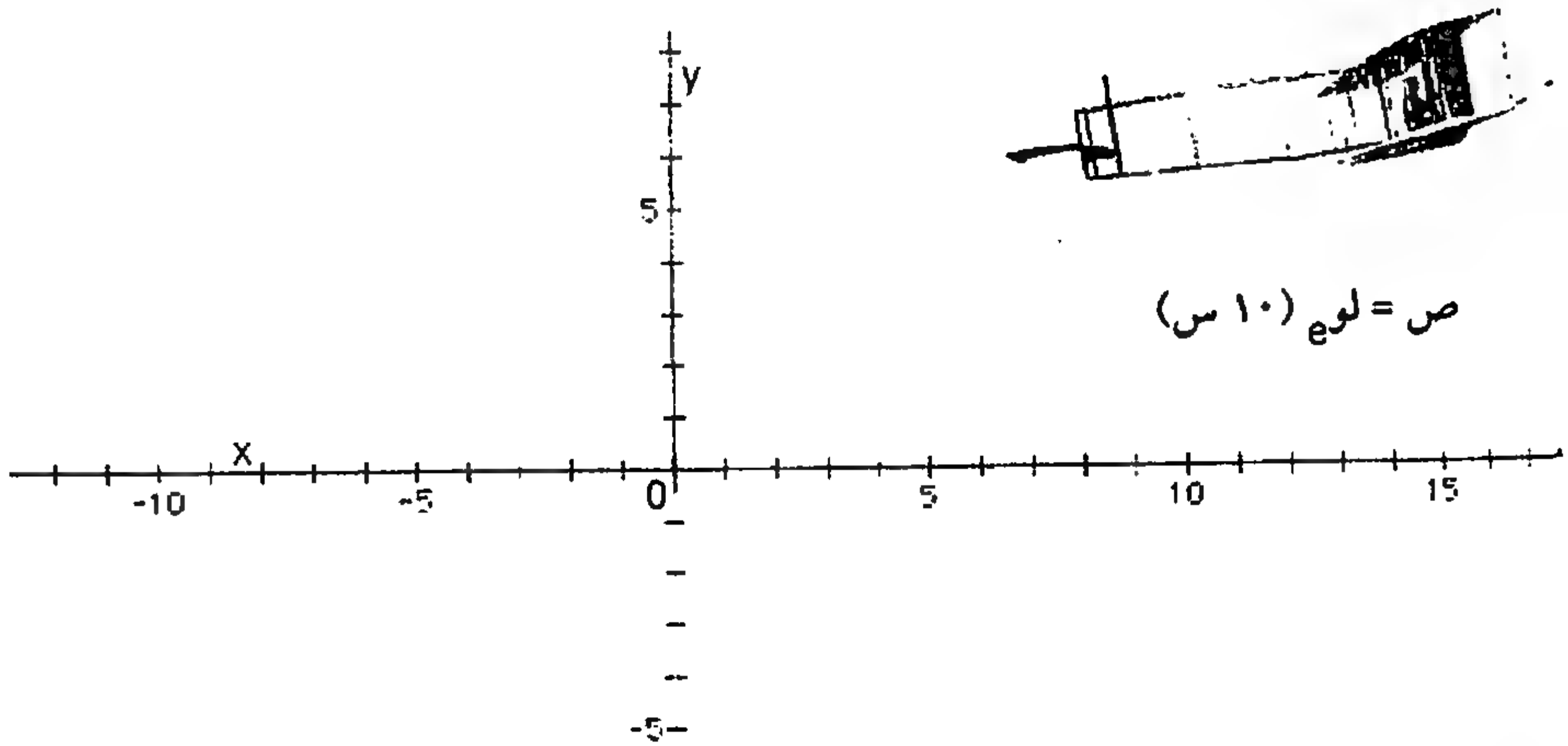
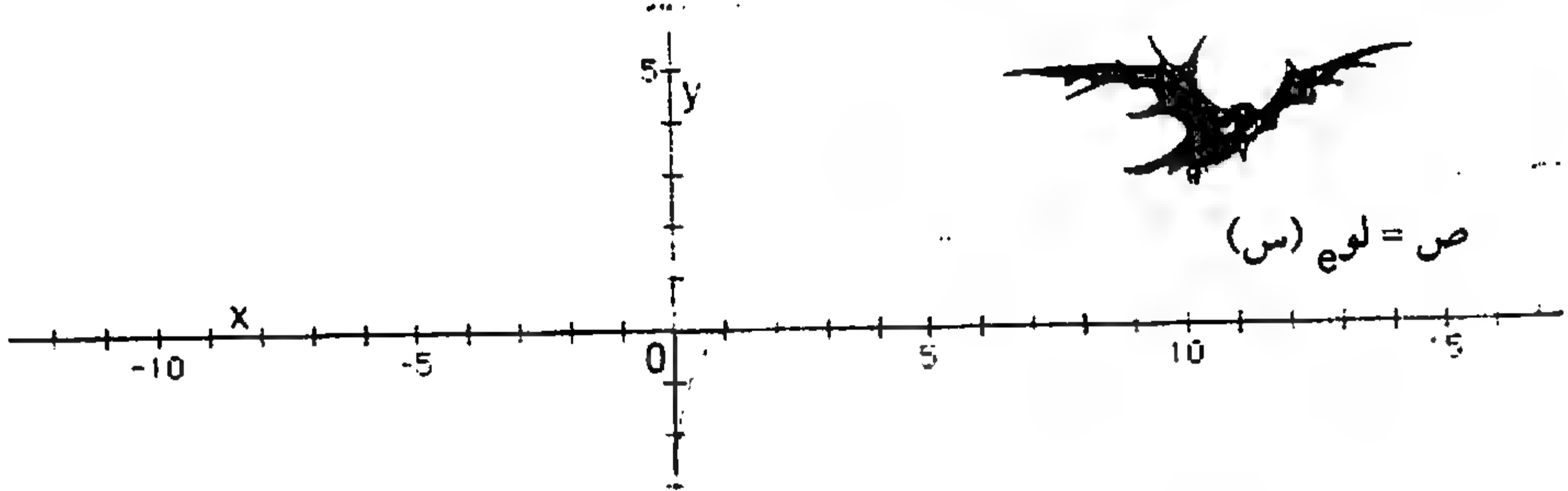
أما الدوال المثلثية فتستخدم النسب المثلثية مثل جا وجتا، وأحد هذه الدوال هي د (س) = جا س



الدوال الأسية مثل د (س) = e^s تختلف عن دالة القوى في أن الرقم الثابت في هذه الحالة يكون هو الأساس أما س فهو الأساس. والدوال الأسية ذات أساس أكبر من واحد تزداد بسرعة هائلة.



الدوال اللوغارتمية هي عكس الدالة الأسية وتكتب على الصورة $D(s) = \log(s)$ ؛
ويسمى الرقم e بأساس اللوغاريتم. وتتزايد هذه الدوال تزايداً بطيئاً جداً. ومثال تلك
الدوال : $\log(10s) = \log(s) + \log(10)$

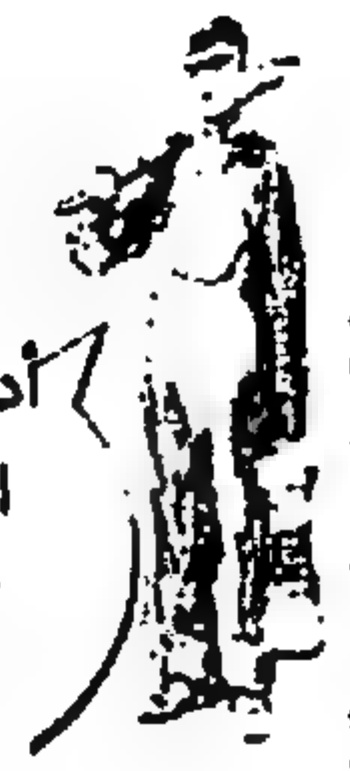


واللوغاريتمات التي نستخدمها في الجداول لها أساس عشرة.
وفي الكمبيوتر (والذي يعمل بالحسابات الثنائية المبنية على
الرقمين صفر وواحد) يكون الأساس المناسب هو اثنان. وفي
حالة الرياضيات النظرية فإن الأساس المفضل هو :

$$e = 2.71828000$$

وهذا هو «أبو كل الأساسات» والذي يمثل الدالة الأسية
 $D(s) = e^s$ والتي لها معدل تزايد مساو تماماً لحجمها.

الدوال هي
أدوات التحليل
الرئيسية التي
تستخدم في
التفاضل
والتكامل





التفاضل والتكامل

كانت أعمال ديكارت هي أوج عملية تحرير الجبر من الكلمات ، تماماً مثلما فعلت الهندسة اليونانية من تحرير الإنشاءات من الأرقام. وقد انطلق تطور الجبر بمجرد أن وضع ديكارت صيغة لوصف العلاقات الجبرية . وخلال أربعين عاماً من نشر الهندسة الجبرية لديكارت قام العالم الرياضى الفيلسوف الألمانى جونفريد ويليام فون ليبنز (١٦٤٦ - ١٧١٦) بابتكار جبر للانهاية. وهذا هو ما نسميه التفاضل والتكامل وهو أداة فعالة فى تحليل النمو والتغير بصفة عامة.



مكان الجسم المتحرك : س
السرعة أو الجريان : س*

نيوتن

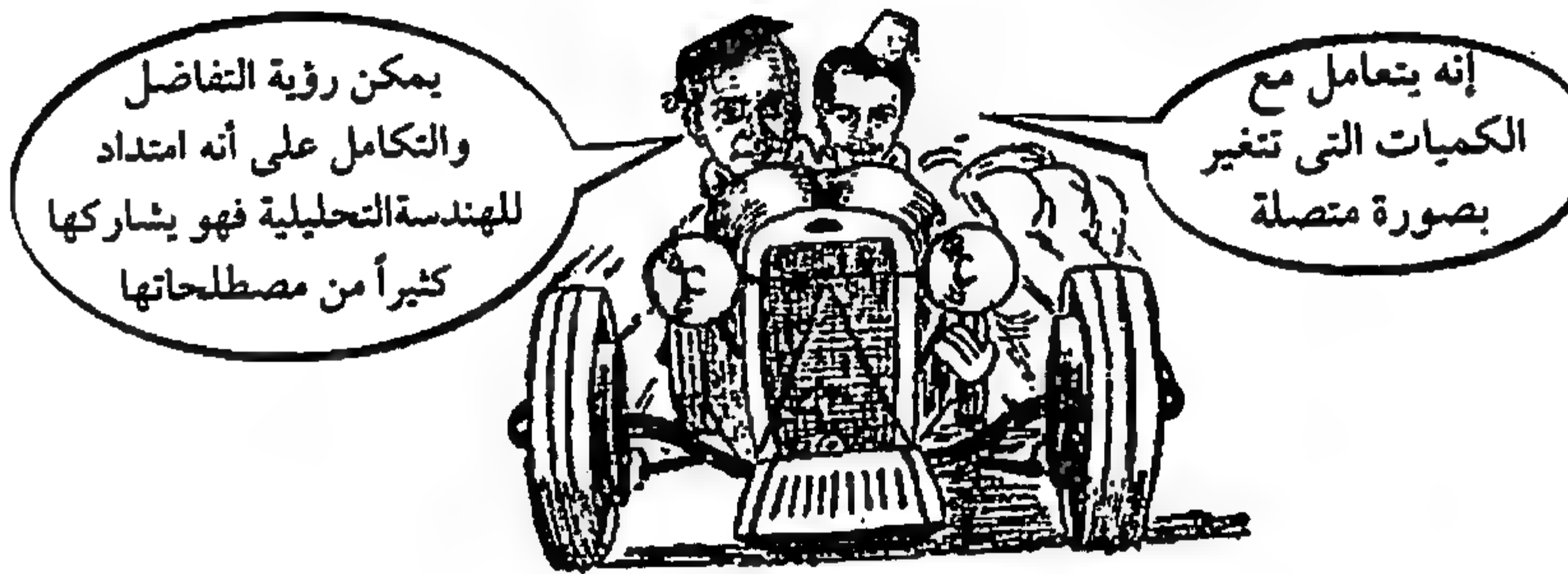
المتغير س
الدالة د (س)
المنحنى ص = د(س)
ميل المماس = المشتقة
د(س) = $\frac{د(س)}{د(س)}$
المساحة تحت المنحنى بين
نقطتين س = أ و س = ب
د (س) = $\frac{د(س)}{د(س)}$
ليبنز

أما السير إسحق نيوتن (١٦٤٢ - ١٧٢٧) فقد قام باكتشاف مماثل لذلك فى فترة سابقة نوعاً ما ولكنه قام فقط باستخدام ملاحظات ديكارت فى صورة موسعة بدلاً من الإضافة إليه لذلك فإن الصورة التى وضعها ليبنز للتفاضل والتكامل هى الصورة السائدة هذه الأيام. لذلك فإن الفيلسوفين ديكارت وليبنز هما اللذان وضعوا الأفكار والملاحظات التى شكلت الرياضيات بعد ذلك.



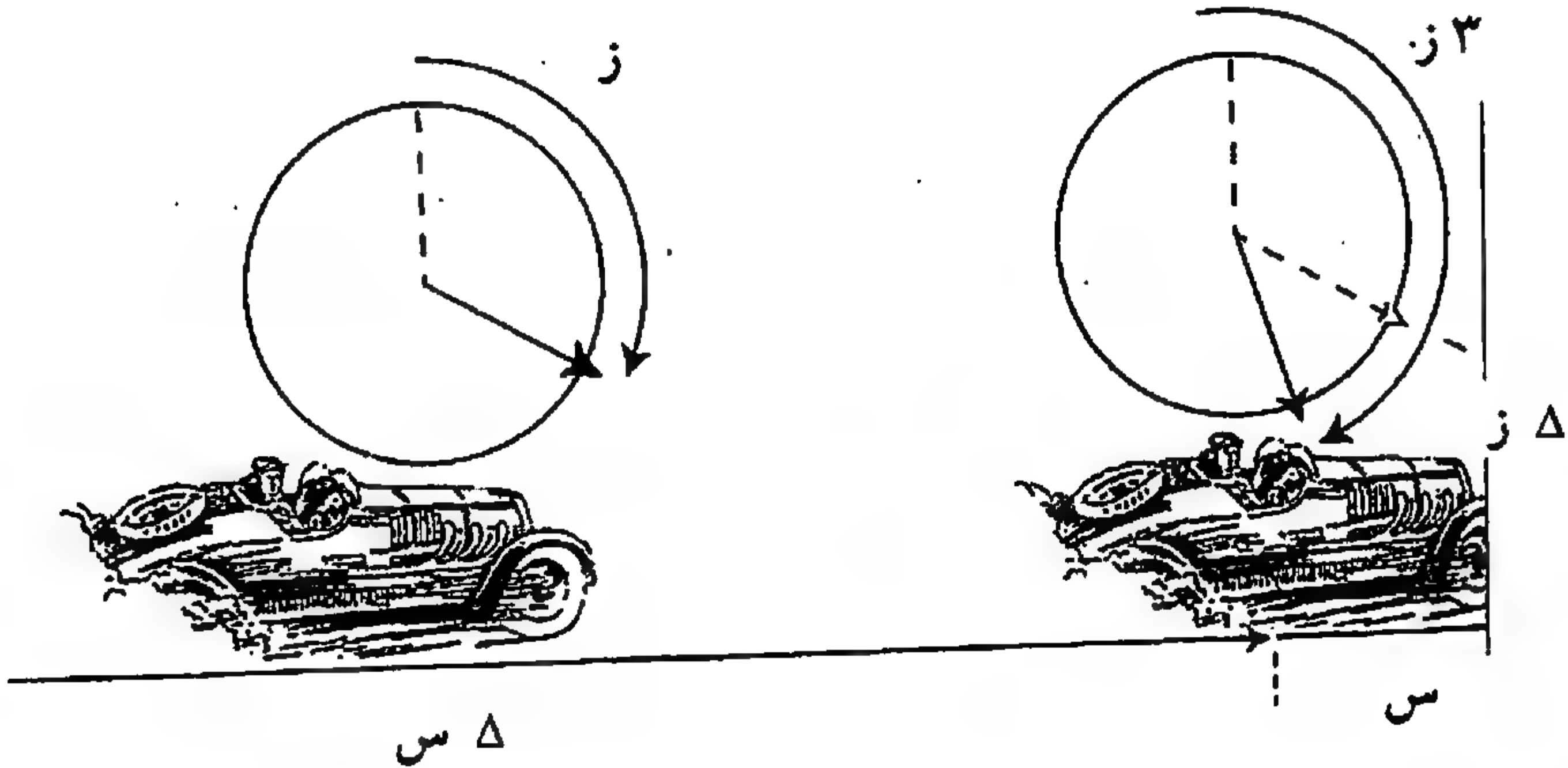
سر التفاضل والتكامل
يكمن فى توحيد نوعين من
المسائل التى لم يسبق لها أن ارتبطت،
والتي نسميها الآن التفاضل أو الاشتقاق
والثانية التكامل

التفاضل



عملية إيجاد كيفية تغير كمية ما تسمى التفاضل، فعندما نقوم بتفاضل دالة ما فإننا نحصل على معدل تغيرها .

فإذا أخذنا في الاعتبار مركبة تسير في طريق ما ، فإننا نجد أن موقعها يتغير بصورة متصلة على طول الطريق. وعند أي زمن z يكون موقعها s متمثلاً بواسطة الدالة المتصلة $s(z)$.



- ٢- مع استمرار المركبة في الحركة فإن موقعها سيتغير وليكن هو $s + \Delta s$ وذلك بعد مرور برهة من الوقت Δz .
- ٤- تصل هذه المركبة إلى موقعها الجديد بعد مرور وقت عبارة عن مجموع الوقت الابتدائي z بالإضافة إلى البرهة Δz أي أن الوقت الكلي هو $z + \Delta z$.

ما هي السرعة المتوسطة أو بعبارة أكثر فنية ما هي السرعة الاتجاهية المتوسطة لهذه المركبة ؟ هي عبارة عن المسافة المقطوعة مقسومة على الوقت اللازم لقطع هذه المسافة

$$\text{أي أنها : } \frac{\Delta s}{\Delta z} = \frac{s(z + \Delta z) - s(z)}{\Delta z}$$

وإذا افترضنا أننا نريد أن نعرف سرعة أى جسم متحرك عند أى لحظة z أو معدل تغير s عند زمن معين z ، نستطيع أن نحسب ذلك عن طريق تقليل الزيادة فى الزمن Δz بقدر الإمكان حتى تصل إلى الصفر. وفى هذه الحالة فإن نهاية السرعة المتوسطة $\frac{\Delta s}{\Delta z}$ عندما تؤول Δz إلى الصفر تعرف بالسرعة المتجهة اللحظية، وتكتب على الصورة:

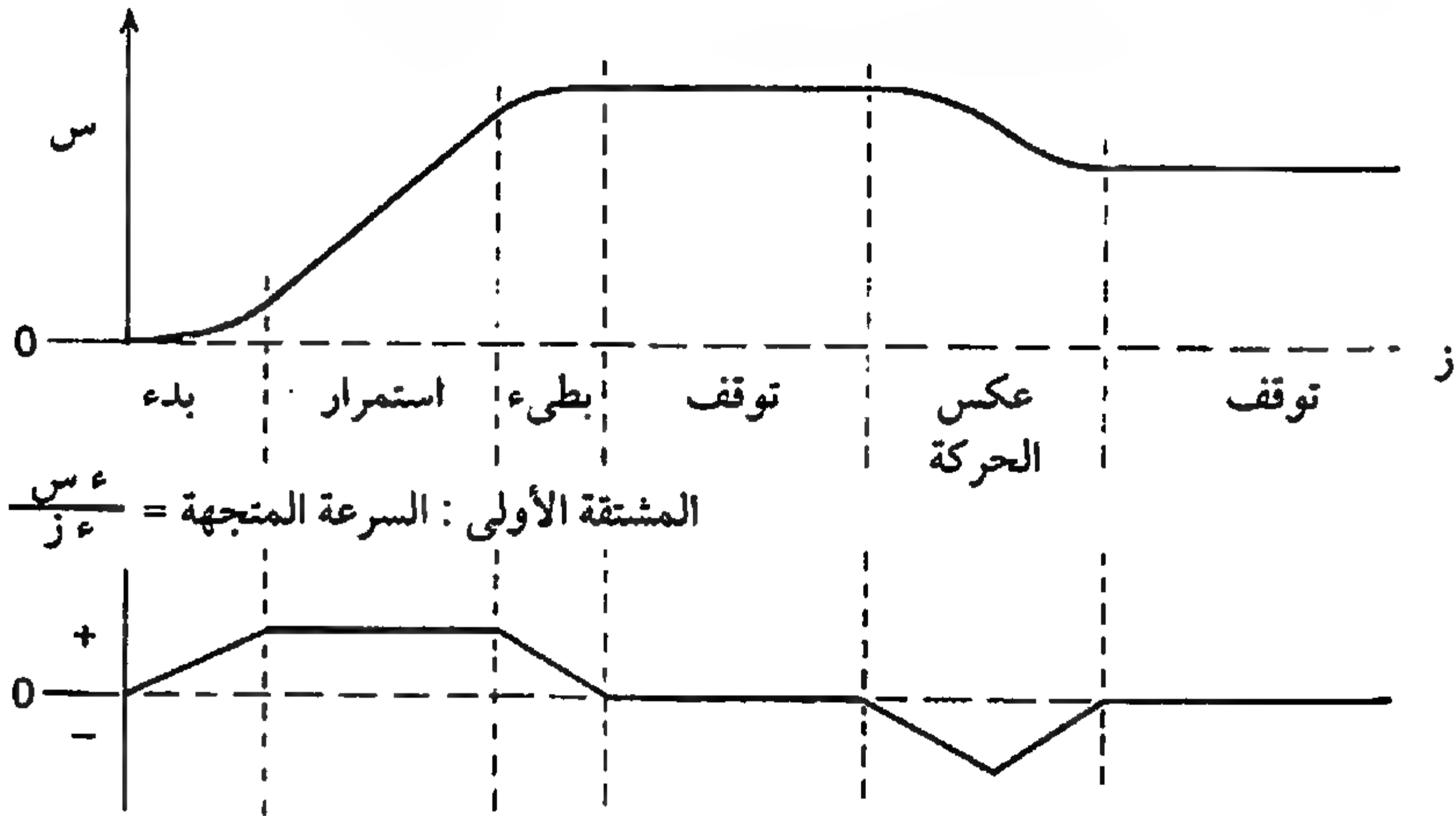
$$\frac{ds}{dz}$$

وتعرف باسم مشتقة s .

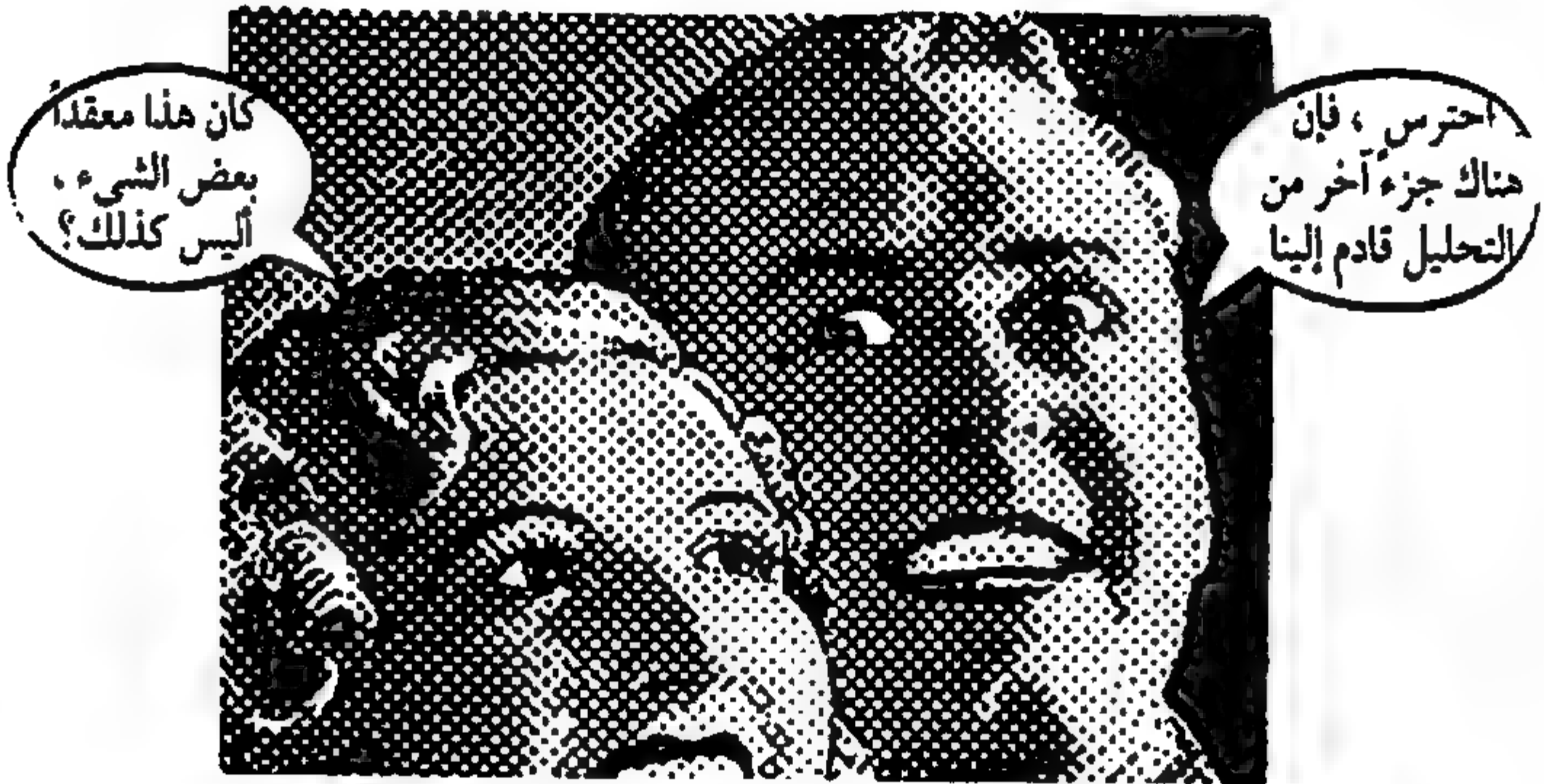
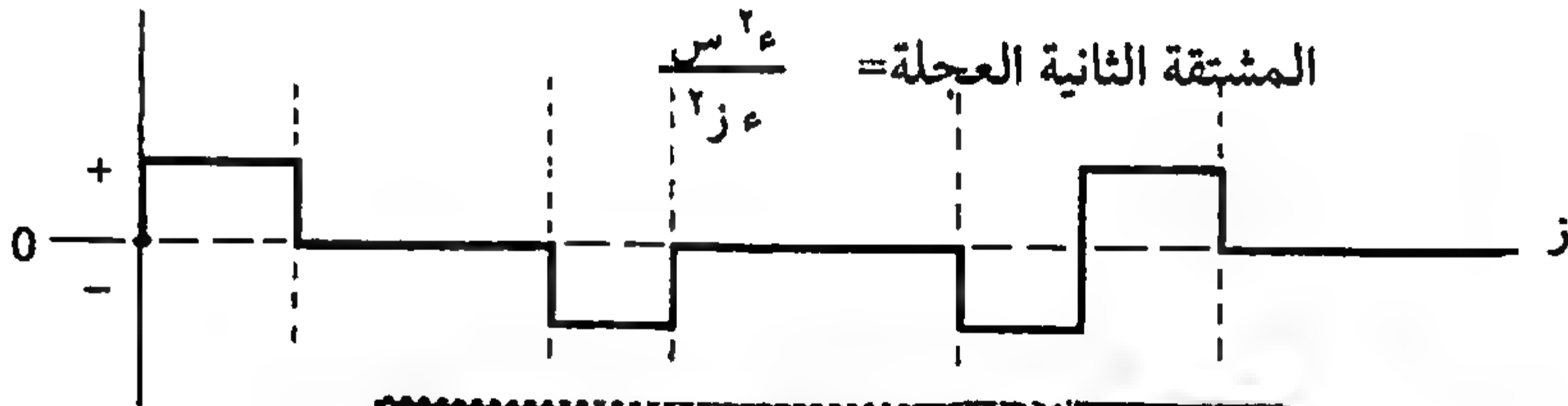




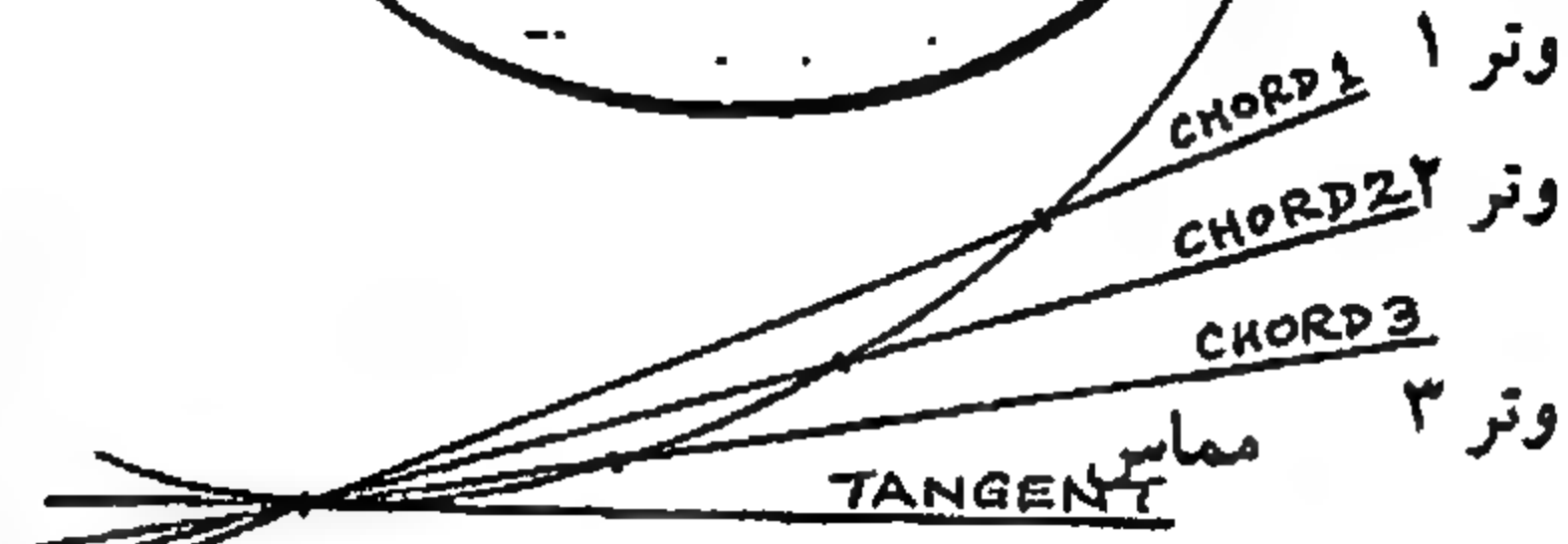
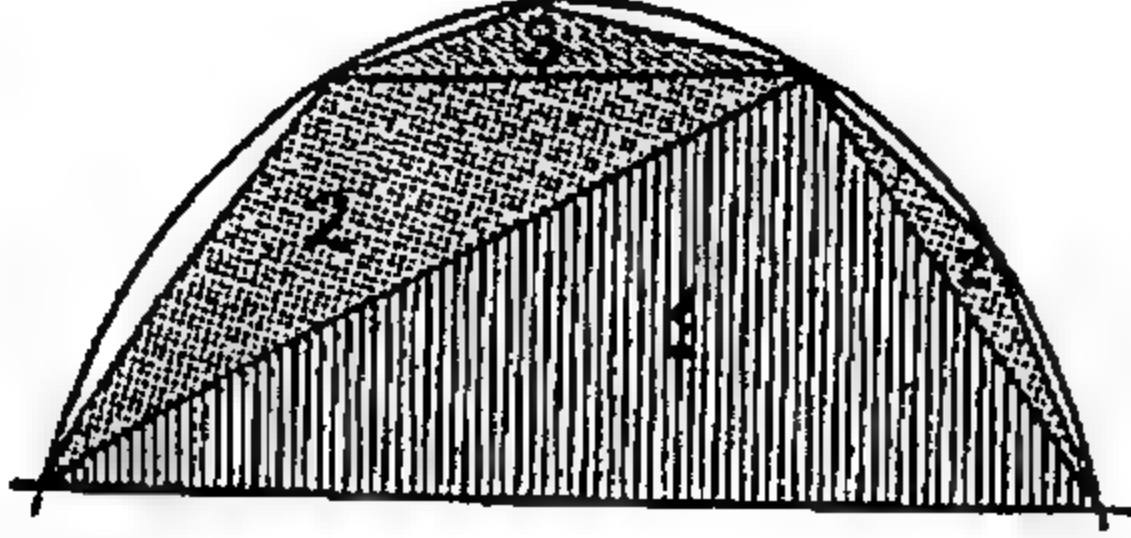
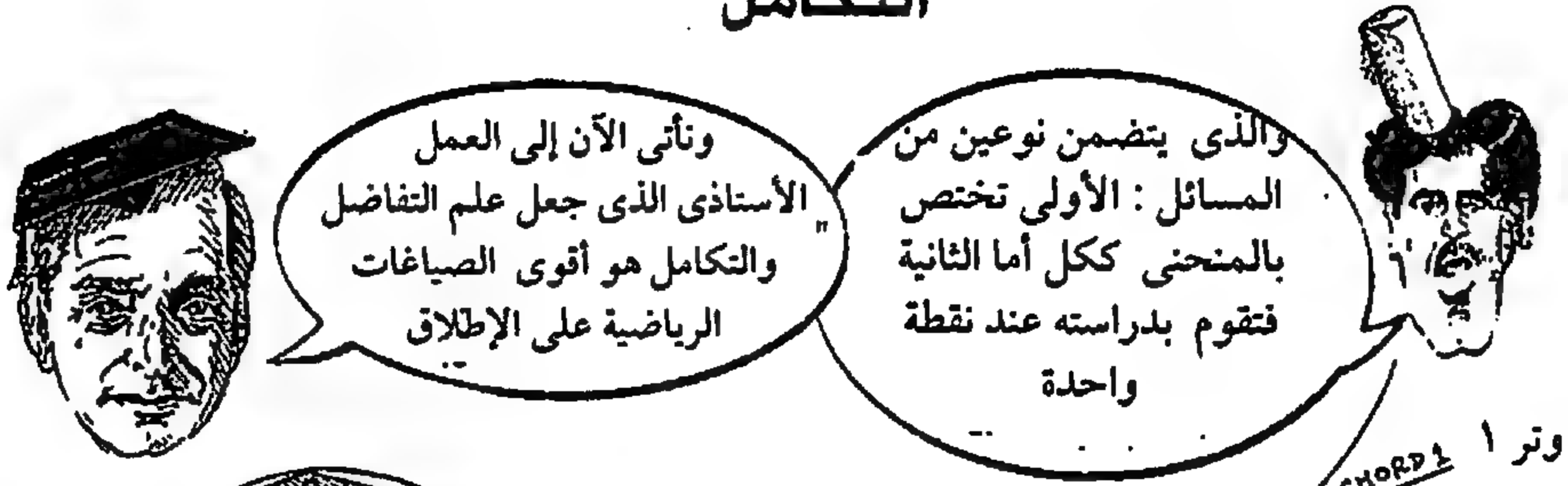
وإذا قمنا برسم s كدالة في z فإن المشتقة تعبر عن ميل المماس للمنحنى عند z .



ويمكننا أيضاً القيام باشتقاق المشتقة لنحصل بذلك على المشتقة الثانية، وفي مثالنا هذا للمركبة على الطريق فإن المشتقة الثانية: تعطينا معدل تغير السرعة أو العجلة.



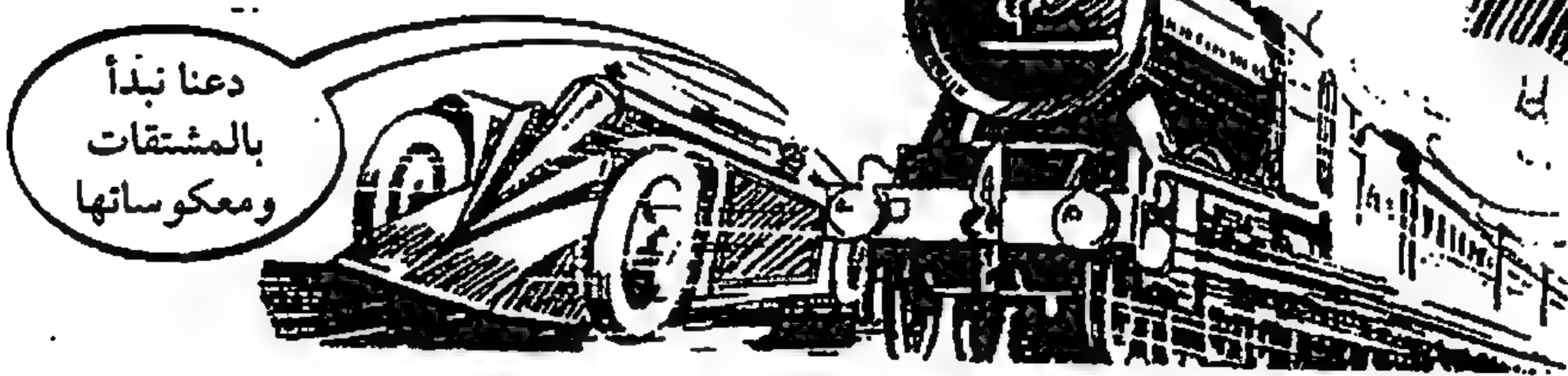
التكامل



أما الطريقة الثانية فتتم معالجتها عن طريق رسم أوتار تمر بنك النقطة.

وتتم معالجة الطريقة الأولى بواسطة طرق تجزىء خاصة.

وبمجرد فهم أن المنحنيات هي عبارة عن رسومات للدوال فإن مسائل المساحة يمكن أن ترى بوجهتى نظر مختلفتين. فى إحدى الطرق يمكن تجزىء المساحة بواسطة شرائح رفيعة رأسية أما الطريقة الأخرى فتعتبر أن المساحة هي دالة جديدة والتي لها مشتقة تساوى الدالة الأصلية. وعلى ذلك فإن هناك طريقة واحدة تتضمن المشتقة ومعكوسها يمكن أن تقوم بحل كلا نوعى المسائل.



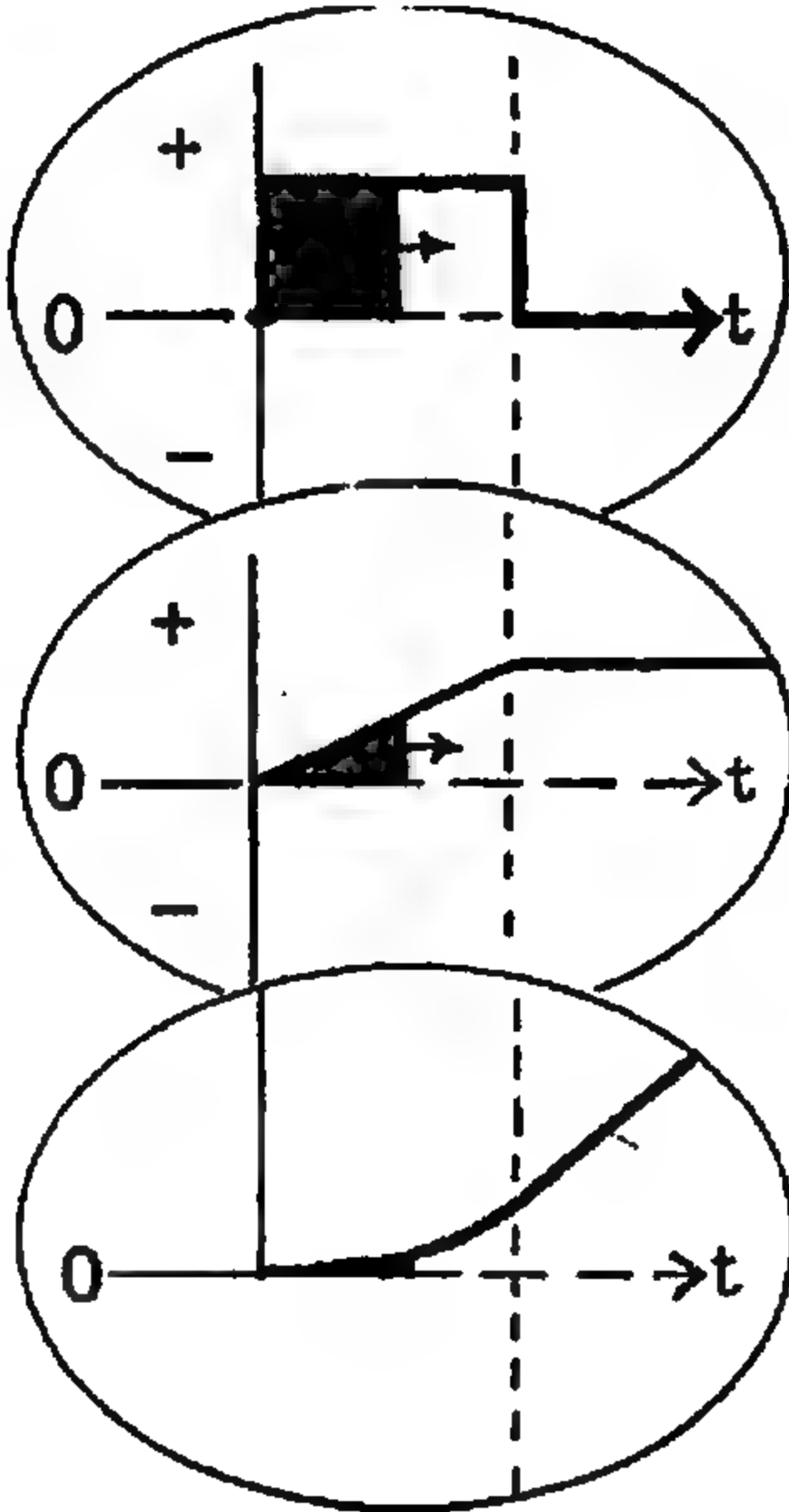
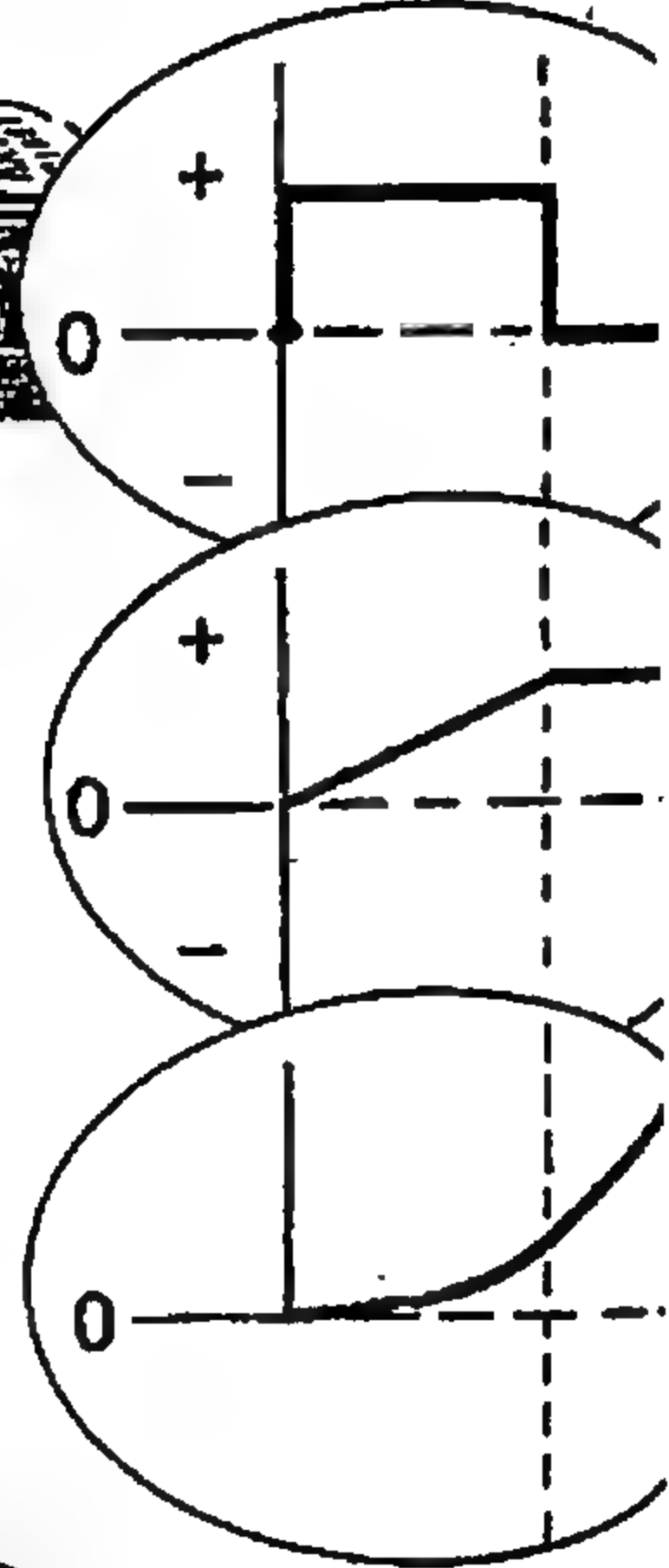
ويمكننا توضيح مدى فاعليتها باستخدام مثال المركبة التى تتحرك على طريق ما والأشكال الثلاثة للمسافة والسرعة والعجلة.. وبدلاً من البدء بدالة المسافة تم القيام باشتقاقها دعنا نبدأ بالمشتقات ونعود بطريقة عكسية إلى دالة المسافة.





في البداية ، على الجانب الأيسر من الشكل ، نجد أن العجلة موجبة والسرعة تزداد تماماً كما نبدأ بتحريك المركبة ، ونلاحظ أن العجلة الثابتة تؤدي إلى تكون منحنيات للسرعة على هيئة خط مستقيم، ومنحنى للمسافة على هيئة منحنى (أو قطع مكافئ).

والآن لاحظ مرة ثانية أن النقطة التي تتحرك بمرور الزمن على طول المحاور تقوم بعمل مساحة في المنحنيين

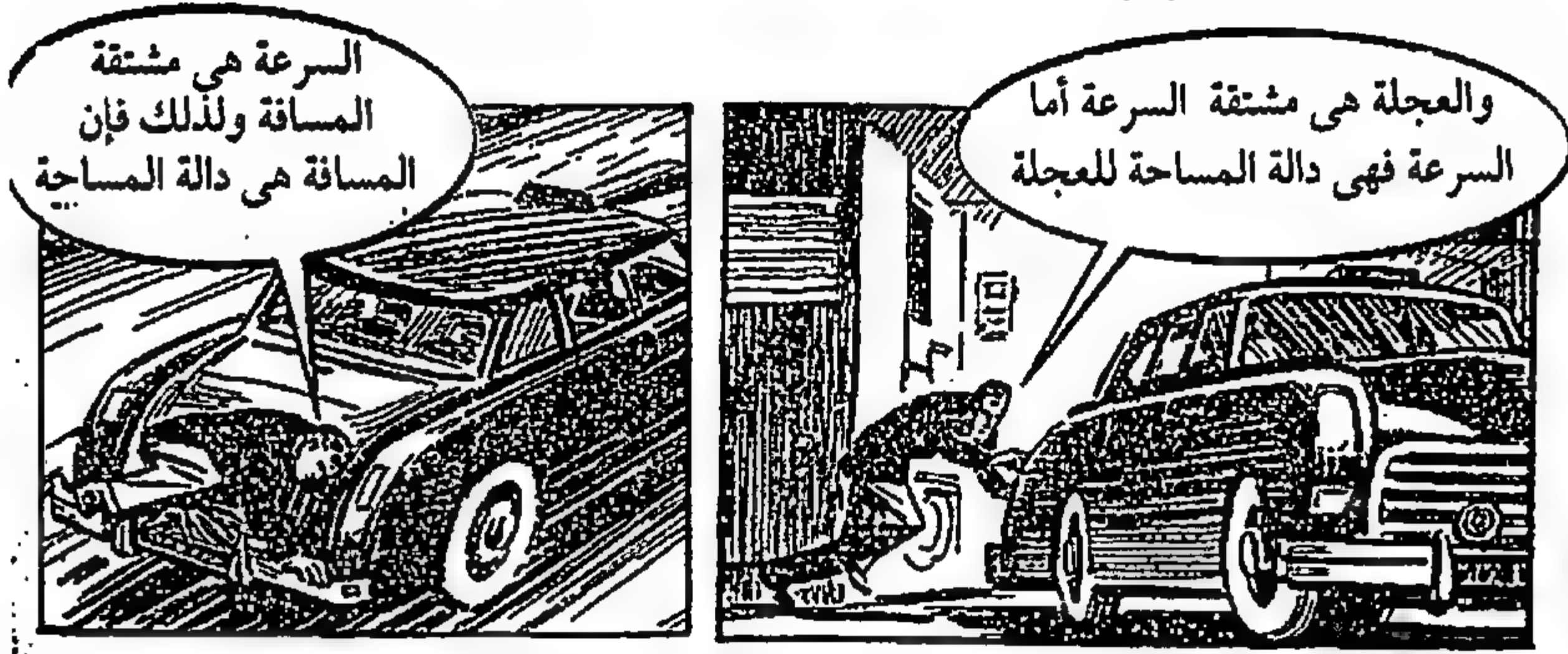


السفليين ، وهذا هو مفتاح فهم التكامل بأكمله ، لذلك راقب جيداً عن قرب.

بالنسبة لمنحنى العجلة نلاحظ أن المساحة المتزايدة تقوم بمسح مستطيل وتزداد مساحته تناسبياً مع الوقت المقطوع ، وهذا تماماً هو نفس سلوك منحنى السرعة !

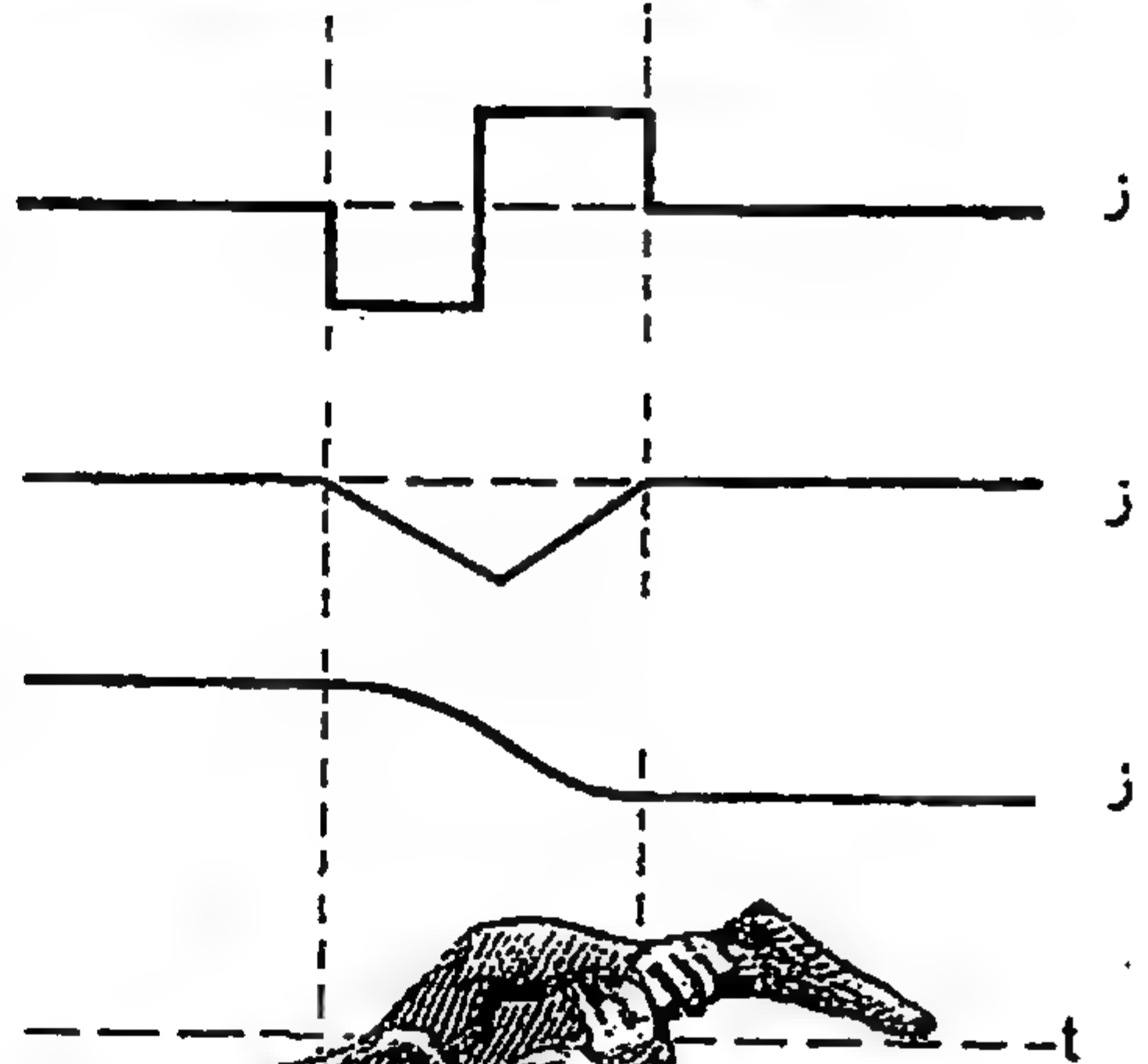
وبالنسبة لمنحنى السرعة فهو يمثل مثلاً متزايداً وتزداد مساحته في البداية ببطء ثم بعد ذلك بسرعة أكبر، وذلك هو نفس سلوك منحنى المسافة !

والذى نستنتجه من ذلك أنه إذا كانت دالة ما هي مشتقة دالة أخرى فإن هذه الدالة الثانية هي دالة المساحة للدالة الأولى.



وتستطيع محاولة هذه العملية بنفسك عن طريق ملاحظة ما يحدث عندما تعكس السيارة حركتها على الطريق، فى هذه الحالة تكون العجلة سالبة مما يؤدي إلى تكون مساحة سالبة (أسفل محور الزمن) وبالتالي تتجه السرعة إلى القيمة السالبة بمعدل ثابت. ونلاحظ أن المسافة تتناقص حيث يتم تمثيلها بقطع مكافئ مقلوب.

وعند توقف السيارة فإن العجلة تكون مساوية للصفر وكذلك السرعة وتأخذ المسافة قيمة ثابتة.

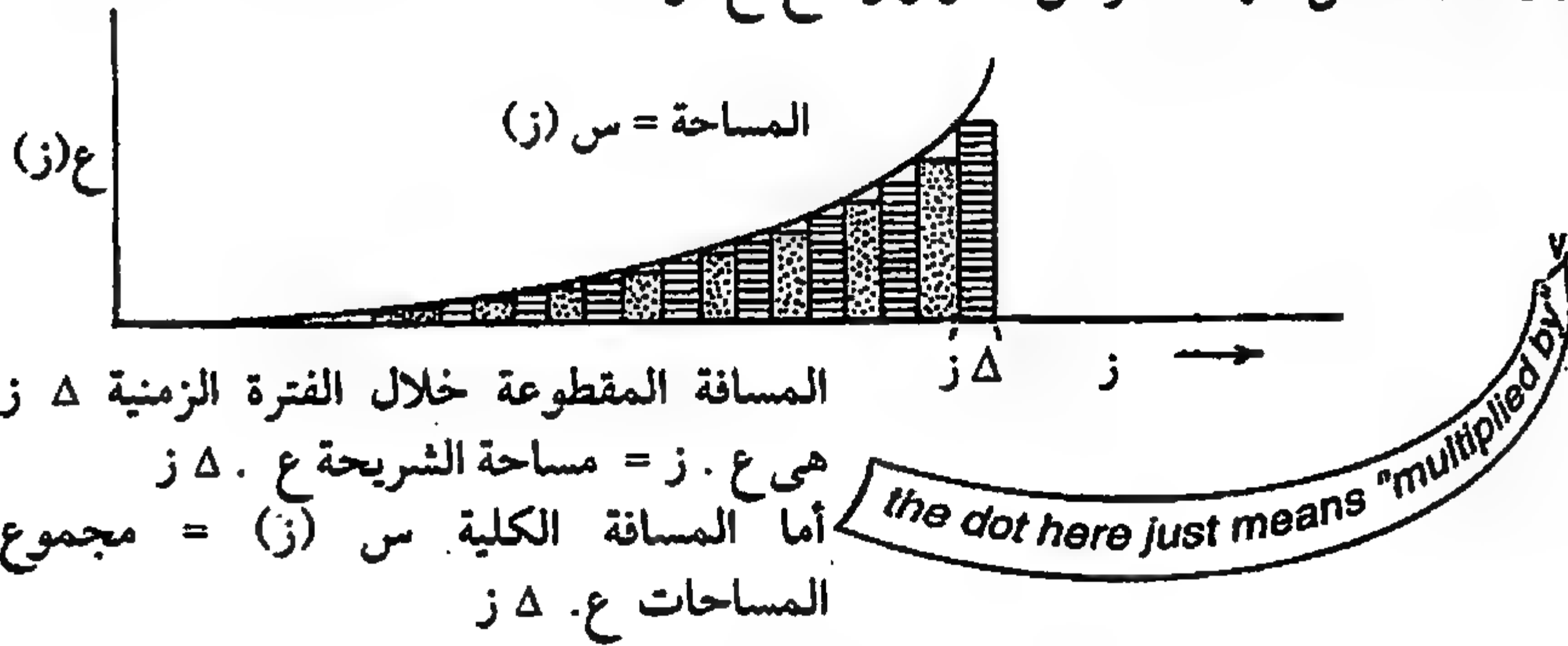


إذا كنت مشغولاً
بتعقيدات التفاضل والتكامل
- فلا تنزعج من ذلك فهو يبدو
صعباً في البداية!





فإذا بدأنا بمنحنى السرعة $v(z)$ وتخيلنا أن المساحة أسفل هذا المنحنى عبارة عن شرائح رفيعة جداً كل منها له عرض Δz وارتفاع $v(z)$.



وكل من تلك الفترات تقوم بوصف المسافة المقطوعة بسرعة ثابتة v خلال الفترة الزمنية Δz

وبذلك فإن المساحة الكلية تحت المنحنى هي مجموع (كل الشرائح $v \cdot \Delta z$)

والآن ، كما قلت أنا،
إذا كانت الفترة الزمنية متناهية في
الصغر لكي تتوافق تماماً مع منحنى
السرعة وتأخذ القيمة v فإن
المجموع يتحول إلى الرمز
الخاص...

ليبنيز



$\int v(z) dz$



لكي نرجع إلى التعريف
السابق وهو عكس المشتقة فإن
كل ما نحتاج تخيله هو الشريحة
الرقيقة السابقة وهي Δ س
نفسها.

وحيث إن Δ س = ع . Δ ز .

$$\text{فإن } \frac{\Delta \text{ س}}{\Delta \text{ ز}} = \frac{(\text{ع} . \Delta \text{ ز})}{\Delta \text{ ز}}$$

$$\text{ولذلك فإن } \frac{\text{ع} . \Delta \text{ س}}{\Delta \text{ ز}} = \text{ع} (\text{ز})$$

وعلى ذلك فإن مشتقة الدالة المتكاملة التي تم تعريفها من خلال مجموع الشرائح هي
نفسها الدالة التي تُعبر. مساحاتها عن الدالة المتكاملة.

والآن من السهل أن نوجد مشتقات الدوال سواء إذا كان بصورة جبرية أو بواسطة
بعض الدوال. ولإيجاد الصورة الجبرية لدالة المساحة فإننا نقوم بالبحث عن تلك الدالة
التي تُعبر مشتقتها عن الدالة الأصلية ويتم اختزال المسائل التي تختص بدراسة خواص
المنحنى ككل إلى مسائل أبسط تدرس خصائص المنحنى عند نقطة.





وقد تم تطبيق التفاضل والتكامل في مجالى الميكانيكا والفلك.
وأدى استخدام المعادلات التفاضلية فى الفيزياء إلى نشأة الفيزياء الرياضية،
وبمساعدهتها فقط استطعنا أن ندرس علوم الحرارة والطاقة والكهربية والمغناطيسية.
ويعتمد العلم الحديث،والذى يدعم التكنولوجيا المتقدمة، بصورة مباشرة تماماً على
التفاضل والتكامل.

أسئلة بيركلي

ماذا عن هذه الزيادة الصغيرة ولغز كيفية وصولها للصفر ؟ سأل الناس هذا السؤال في وقت نيوتن وليبنيز وكانت الإجابة غير مرضية عند ذلك قام الفيلسوف

لقد لاحظت أن خارج
القسم له معنى فقط إذا
كانت هذه الزيادة الصغيرة لا
تساوي الصفر. وإلا فإننا نقوم
بالقسمة على الصفر وهذه
عملية غير منطقية



والأسقف الإنجيلي
الأيرلندي جورج
بيركلي بطرح
الأسئلة في صورة
حادثة جداً.



لكل الزيادة
الصغيرة دائماً لا تساوي
الصفر أم هي تساويه تماماً
أم أنها هي «شبح كمية
متلاشية»؟

وبغض النظر
عن ذلك يا فتى فإن
السيد نيوتن عرضه
للهجوم.

لا !

وكان هدف بيركلي هو توضيح أن الملحدين الذين طالبوا بسرعة إحلل الألفاظ والخرافات الدينية بالعلم والعقل كانوا على درجة من الجهل العقائدي مثلهم مثل أسوأ علماء الدين. وقد سأل في افتتاحية كتيبه: «... هل أن الأهداف والمبادئ والتداخلات الموجودة في التحليل الحديث قد تم فهمها بوضوح وإثباتها بالدليل أكثر من الألفاظ الدينية ونقاط الإيمان؟» وكانت الإجابة واضحة بالنسبة له...

وقد اتجه علماء الرياضيات إلى الإجابة على الأسئلة التي وردت في كتيب بيركلى الذى أسماه «المحلل» وقد استخدم بيركلى هذه الإجابات لمواجهة ارتباكاتهم بصرامة، وكان رده : إن دفاع أصحاب الأفكار الحرة فى الرياضيات يعتبر عملاً أستاذياً فى التحليل الحرج.



يتعلم الإنسان مبادئ

العلوم بالتناقل من شخص لآخر،

وكل متعلم يكتسب دفاعاً أقل أو أكثر مما سبقه بناءً

على خبرته، وخاصة المفكرين المبتدئين (حيث يحرص

القليل منهم على الإسهاب فى توضيح المبادئ) بما فى

ذلك نسبة كبيرة تميل بهم إلى الثقة: والأشياء المسلّم بها

كنتيجة لتكرارها أصبحت شائعة : وهذا الشيوع يؤدى

إلى الإثبات مع مرور الوقت.

وقد حاول بيركلى أن يوضح أن تعلم حل المسائل فى الرياضيات والعلوم لا يساعدنا بالضرورة على فهم ما يدور حوله. وقد توقع صورة البحث العلمى الذى تم تطويره بواسطة ت. س. كون الذى قام بوصف «العلوم العادية» كعملية تدريب على «حل الألغاز» من خلال مثال (إطار التفكير) لم تتم الإجابة عليه وهو بالفعل لا يمكن الإجابة عليه طوال فترة عمله. وبالنسبة لكون العلم العادى فى الواقع عبارة عن تدريب لأصحاب العقول الضيقة، وعملية تدريس العلوم (بما فيها الرياضيات) هى بالضرورة شىء جازم بدون دليل.



إله أويلر

كان العالم السويسري ليونارد أويلر (١٧٠٧ - ٨٣) أول من ربط بين الدوال الأسية والدوال المثلثية ووضع صيغة لعلاقتهم. كان لأويلر عبقرية غير عادية في الرياضيات وهناك الكثير من القصص حول براعته الفائقة. وكان أويلر موظفاً في بلاط قصر فريدريك ملك بروسيا حينما قابل الفيلسوف الفرنسي دينيس ديدروت (١٧١٣ - ٨٤) الذي كان ملحداً متعصباً..



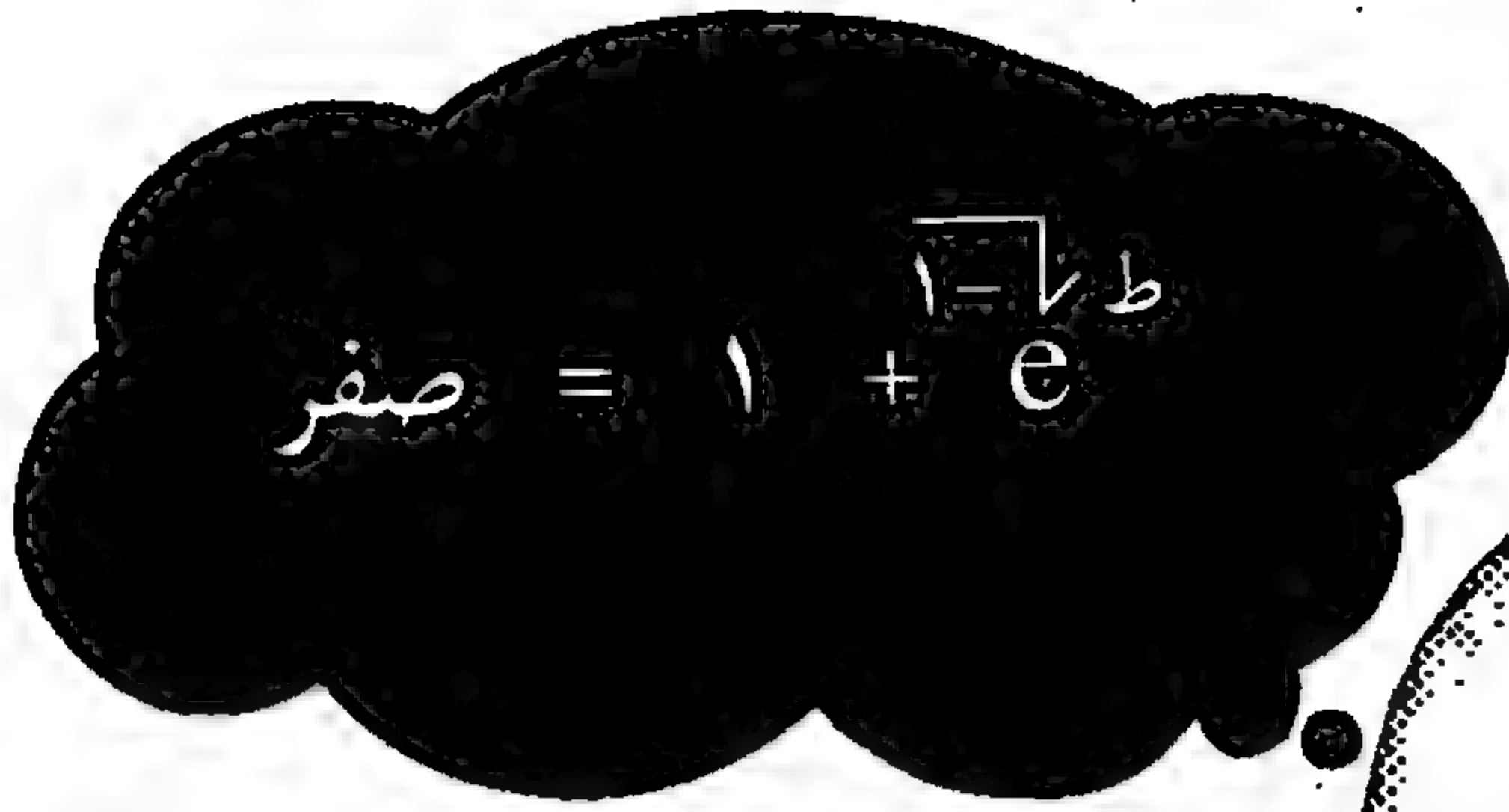
وقد صعد ديدروت وعاد إلى
الأمان الذي حظى به في متديات
باريس.

ولا تحتوي الصيغة التي ذكرت في هذه القصة على شيء في مضمونها، ولكن قام أولر بتطوير معادلة من أجمل الصيغ في الرياضيات كلها، والتي تجعل من يتعرض لها أن يتوقف أمامها ويفكر فيها بالتأكيد.

والصيغة التي وضعها أولر هي تعبير لغزى مبهم والذي يقوم بربط الأرقام الخمسة الأساسية في الكون.



$$e^{i\pi} + 1 = 0 \quad \text{ط} \quad \text{صفر}$$



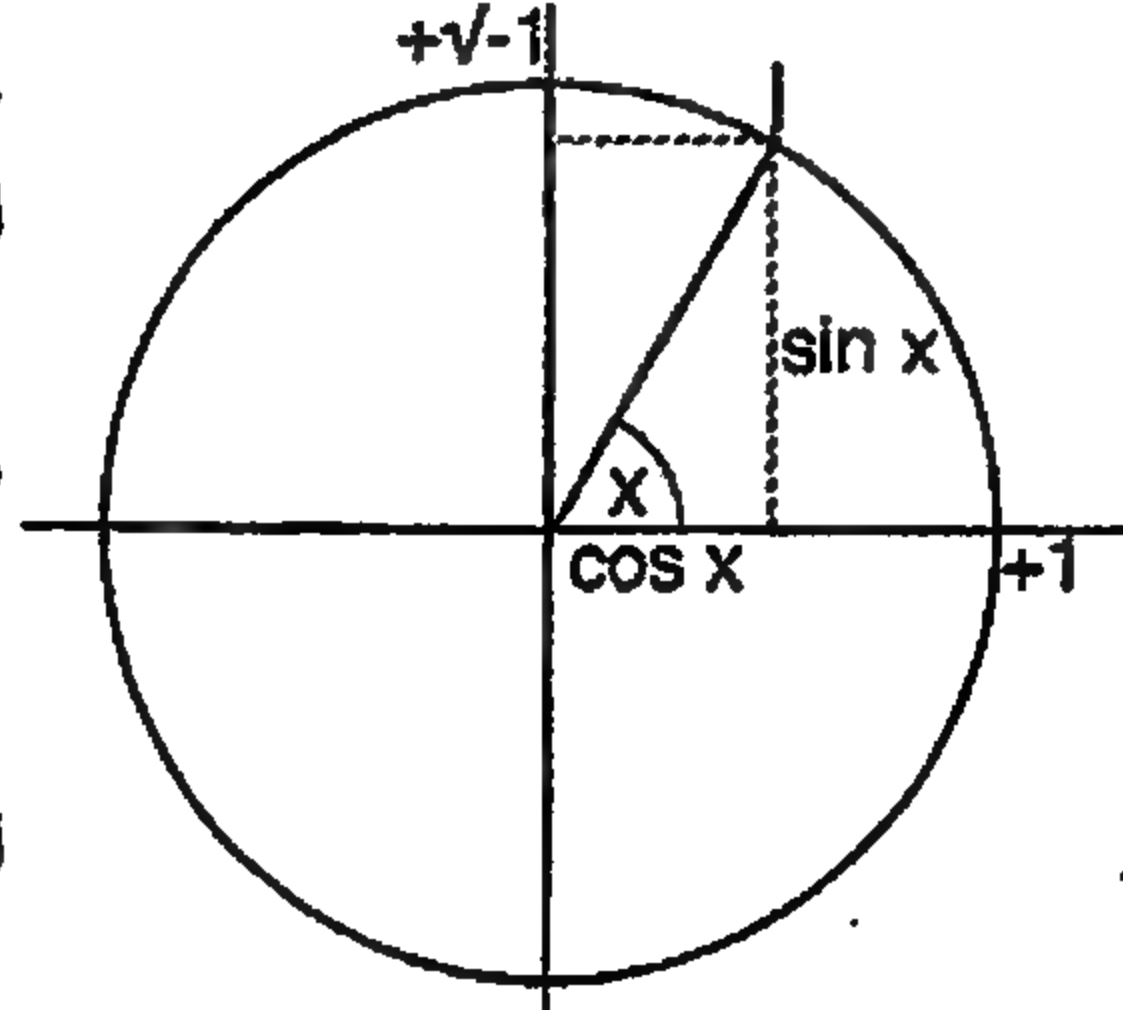
وبالنظر إليهم بترتيب معكوس ، فأول ما
نقابله هو الصفر شبه الرقم ذو الصفة اللغزية.
بعدها نجد ١ ، الوحدة ، أساس كل الأرقام.
ثم يظهر لنا سالب واحد تحت الجذر
التربيعي ($\sqrt{1-}$ الذي يسمى «ت») وهو الوحدة
الأساسية في «الأعداد التخيلية» والتي أذهلت
العديد من الثقافات والحضارات. بعد ذلك نجد
أقدم الثوابت الرياضية، ط، الذي يقيس النسبة
بين محيط الدائرة وقطرها. أما آخر رقم وهو
أحدث ما تم اكتشافه ، الرقم المبهم، e ، وهو
أساس النمو الأسّي الطبيعي.
هل كان من الممكن استنتاج علاقة مثل هذه
بالتجربة أياً كان طول تكرارها؟



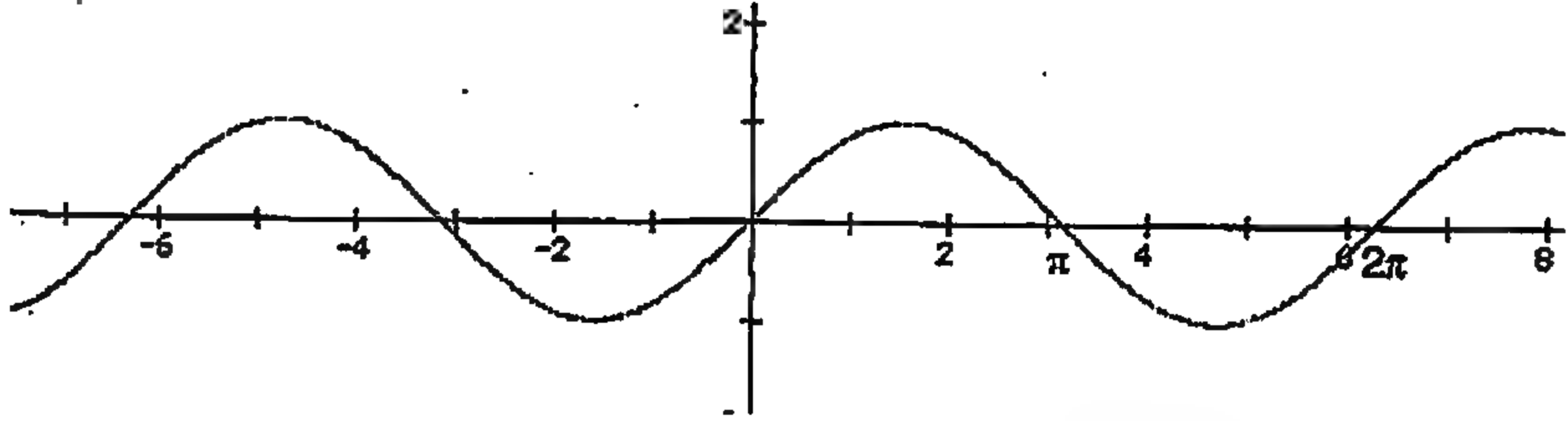
وفى الواقع، فإن صيغة أويلر الرائعة جداً قد نتجت من دالة (قد اكتشفها هو) تربط بين الأعداد المركبة والدوال المثلثية التى اكتشفها علماء الرياضيات المسلمون (انظر صفحة ٩١).

وقد لاحظنا أن الدالة e^s لها منحنى يتزايد بسرعة كبيرة، وعلى العكس فإن e^{-s} يمثل دائرة! ونصف قطر هذه الدائرة هو الوحدة أما s فهى الزاوية التى يصنعها الخط الواصل من نقطة الأصل إلى أى نقطة. وتزداد قيمة s من صفر إلى 2π مع تحرك النقطة على الدائرة. ولكن إذا نظرنا إلى هذه الصيغة من وجهة نظر حساب المثلثات نجد أن e^{-s} هو عبارة عن

عدد مركب الجزء «الحقيقى» فيه هو جتا s أما الجزء «التخيلى» فهو جا s .
لذلك يمكننا كتابته $e^s = \cos s + j \sin s$
س، حيث s هو الرمز الشائع لـ $\sqrt{-1}$.
ماذا لو انحدرت النقطة على الدائرة مرة أخرى،
نجد أن الزاوية s تستمر فى الزيادة، هذا يعنى أن
الدوال e^s و $\cos s$ و $\sin s$ تستمر فى تكرار



نفسها. ويقال إن هذه الدوال دوال دورية. ويتم تمثيل منحنى $\cos s = \cos s$ على الصورة :
ويشابه هذا العديد من الظواهر التى إما أن تكون تبادلية بالنسبة للزمن مثل التيار الكهربى ،
أو الموجات المنتشرة فى الفضاء مثل الصوت. ودوال الجيب وجيب التمام هى الوحدات



البنائية فى كل صور الموجات المعقدة التى تحمل رسائل ما. والقيام بالرياضيات بواسطة دوال الجيب أو جيب التمام عن طريق استخدام الصيغة «الأسية التخيلية» تقوم بتحويل الحسابات المرهقة إلى تمرينات مرتبة وسهلة.



علوم الهندسة اللا إقليدية

وبعد ذلك أصبح هذا النظام أساساً لمرحلة عظيمة في تاريخ التخيل الرياضى وهى ابتكار الهندسة اللاإقليدية .

وقد تم ابتداء هذه الهندسة بواسطة العديد من الأشخاص، ولكن أول من قام بذلك لم يكن يعرف أنه يسير فى اتجاه هذه الهندسة . كان هذا هو عالم الرياضيات المسيحى ج ساكتشبرى والذي نوى أن ينهى كل هذه المراوغات نهائياً. وقد حاول فى كتابه «تحرير كل العيوب بواسطة إقليدس» فى عام ١٧٣٣ أن يوضح أنه من المستحيل التعامل مع الهندسة بدون «فرض التوازى».

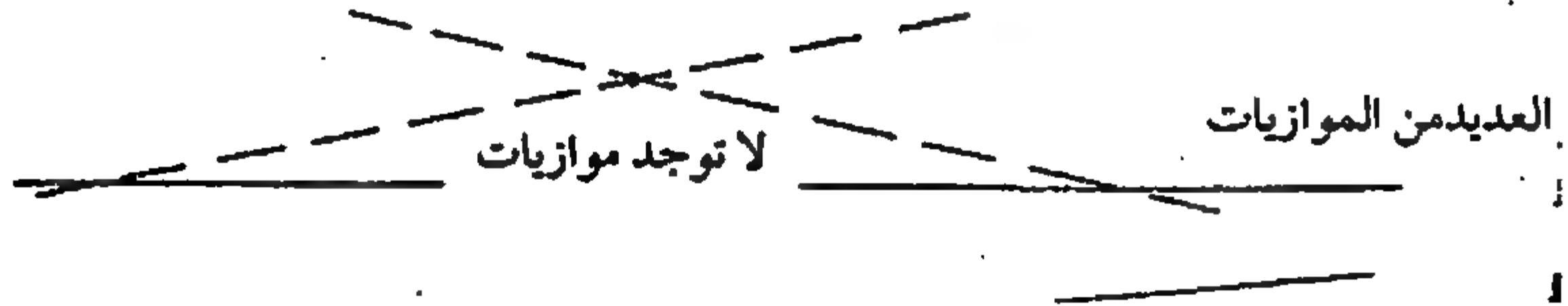


رأينا أن إقليدس استتج كل هندسته من «ملاحظات شائعة» قليلة «وافتراضات» ذاتية الدلائل، ولكن واحدة من هذه الافتراضات والتي تختص بالخطوط المتوازية تبدو مشابهة للنظرية لدرجة كبيرة . وقد شكل نظام إقليدس هذا ارتباطاً على مر العصور غير أنه قابل شكوكاً فى صحته واكتماله.



ولم يكن هناك أى شيء خطأ فى النتائج، وتم تكرارها فى وقت لاحق بواسطة المخترعين الحقيقيين الذين كانوا يعرفون ماذا يفعلون. هناك العديد من الطرق التى يتم بها التعبير

عن مبدأ التوازى. وبالنسبة لنا فتكون طريقة التعبير كالتالى : إذا أخذنا فى الاعتبار خطاً مستقيماً وكانت هناك نقطة خارجة عنه فإنه يوجد خط واحد وواحد فقط يمر بهذه النقطة ويوازى ذلك الخط فى نفس الوقت ، وإذا لم يتم قبول هذا التعريف تكون النتيجة : إما أن يكون لدينا أكثر من خط يحمل هذه الخاصية أو ألا يكون هناك أى خط على الإطلاق يوازى الخط الأول.



فى البداية تم التحقق من فكرة العديد من الموازيات بواسطة كل من عالم الرياضيات المجرى جانوس بولاي (١٨٠٦ - ٦٠) وعالم الرياضيات الروسى نيقولاى لوبا شيفسكى (١٨٥٦ - ١٧٩٢) كل على حدة وفى ذات الوقت تقريباً . وبعد ذلك قام العالم الألمانى جورج ريمان (١٨٢٦ - ٦٦) بالتحقق من فكرة عدم وجود موازيات . وفى النهاية تم التحقق من أن هذا النوع من الهندسة من الممكن أن يتم بواسطة إنشاءات فى أنواع خاصة من الأسطح . فبالنسبة لهندسة ريمان تعتبر الكرة مثلاً جيداً إذا اعتبرنا أن الخط عبارة عن دائرة عظمى ، وهو المنحنى على سطح الكرة الناشئ عن تقاطع مستو يمر بمركز الكرة مع سطحها . ويلاحظ أن أى دائرتين عظميين تتقاطعان فى نقطتين وعلى ذلك فلا يوجد أى موازيات .

لوبا شيفسكى



بولاي



بالنسبة لهندستنا فإنه من الصعب توضيح السطح

إنه يشبه شكل البوق الذى يتكون نتيجة دوران منحنى حول خط

والخط هو أقصر مسافة بين نقطتين . وقد اتضح أن هناك العديد من الموازيات ، وهى الخطوط التى لا تتلاقى أبداً مع ذلك الخط . وقد وضع اعتياد الناس على علوم الهندسة اللاإقليدية ضعف المقولة بأن الرياضيات تخبرنا بالحقائق المنطقية . ولكن هذا التفكير التطورى أخذ وقتاً طويلاً لكى يتلاءم معه الناس .

الفضاءات نونية(*) الأبعاد

هناك تطور آخر معاكس للبديهية في الهندسة وهو دراسة الفضاء الذي له أبعاد أكثر من ثلاثة . وامتداد نظام ديكارت للهندسة الجبرية بحيث يتم وضع أبعاد أكثر وضوحاً ومباشرة. فبدلاً من أن يتم التعبير عن موقع نقطة في المستوى بواسطة الأبعاد (س، ص) يتم التعبير عنها في هذه «الفضاءات الزائدة» بواسطة الأبعاد (س_١ ، س_٢ ، س_٣ ،، س_ن). وبالطبع تختلف خصائص المنحنيات في هذه الفضاءات الزائدة عن تلك المرسومة في بعدين أو ثلاثة، ولكن الاعتقاد بوجود تلك الفضاءات متعددة الأبعاد لا يشكل أى صعوبة بالنسبة لنا في هذه الأيام.



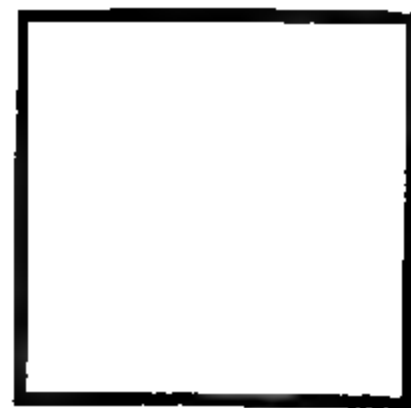
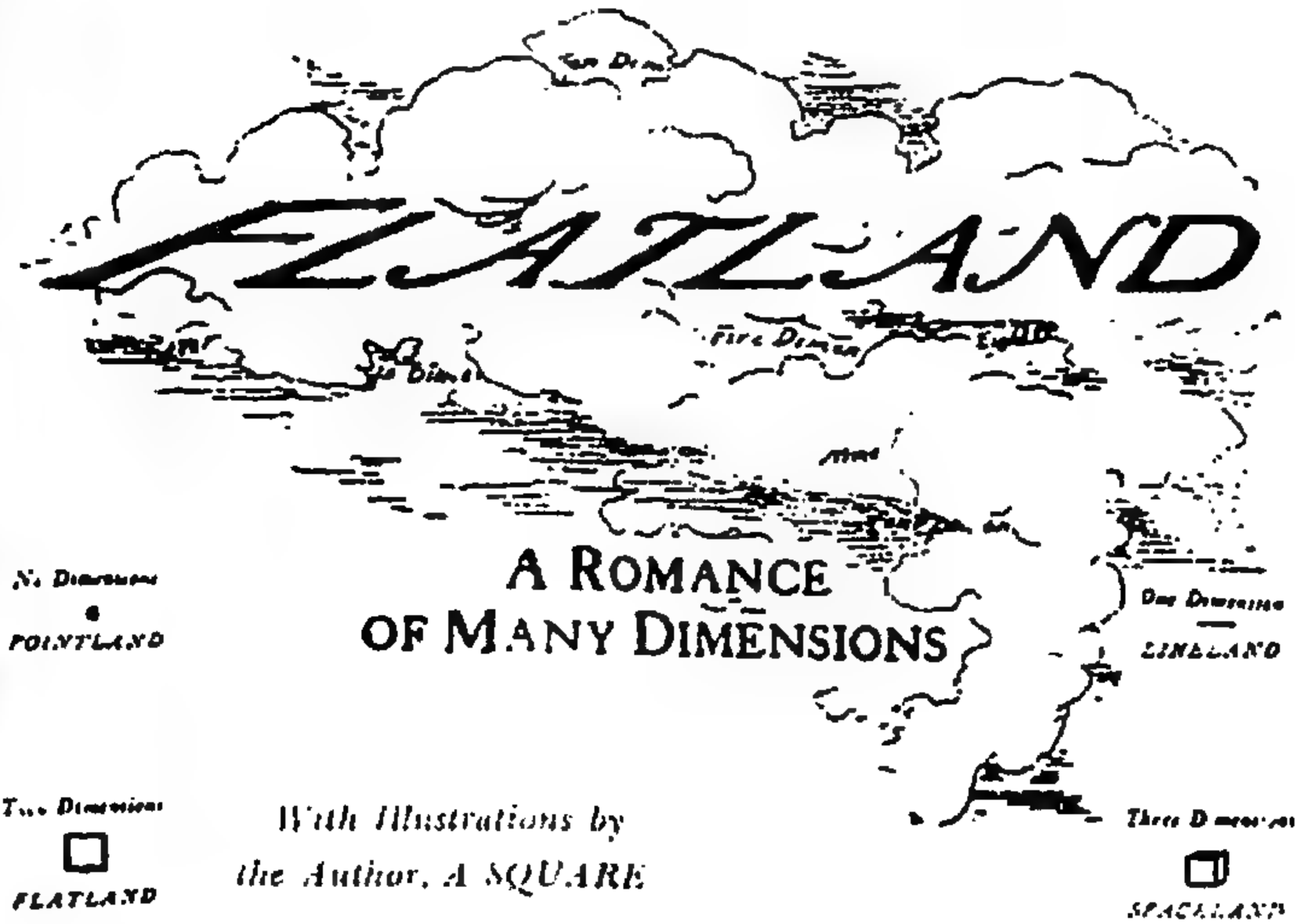
في العصر الفيكتوري كان الأمر مختلفاً جداً.

(*) لها عدد ن من الأبعاد في الغالب يكون أكثر من ثلاثة. (المترجم).

ونمت كتابة عمل جيد عن الخيال الرياضى والنقد الاجتماعى يهتم بهذه الفكرة وهو يسمى «الأرض المسطوية Flatland»، وهذا العمل يصف مجتمعاً من الأشخاص الفعليين الذين يعيشون فى مستوى ، وهذا مشابه تماماً لفترة العصر الفيكتورى حيث كانت حالة الفرد الاجتماعية تعتمد على عدد «جوانب الشخص Person's sides» حيث كان للطبقة العليا أربعة جوانب وللأرستوقراطيين العديد والعمال ثلاثة، أما النساء فكانت لهم مجرد إبرة!

وكان «المربع» البطل الذى لديه خبرة بالأبعاد الثلاثة من خلال علاقة الصداقة التى تربطه بالكرة . وكان هذا الكائن يظهر لسكان هذه الأرض كل خمسمائة سنة على هيئة دائرة التى تبدأ من نقطة ثم تنمو ليزداد حجمها وبعد ذلك تتضاءل ثم تختفى. والذى لم يكن مفهوماً بالنسبة لقاطنى هذا المكان هو الكرة التى تمر عبر مستواهم. فهذه الكرة تصادف المربع وتأخذه فى رحلة عبر الفضاء وتعرض عليه الأرض الخطية والأرض النقطية الآهل بمخلوقات راضية نوعاً ما. وتقوم كذلك بإطلاعه على الحياة الخاصة لسكان الأرض المسطوية. ويعانى المربع كثيراً فى رحلة عودته حيث إنه يحاول أن يصف الفضاء ولكنه يعجز عن توضيحه لأصدقائه ، الذين يظنون أنه متزعج.

"O day and night, but this is wondrous strange"



وفى النهاية لم أصبح
موهوماً بالكائنات
التي لها أبعاد أعلى !

إيفاريست جالوا

فى أثناء القرن التاسع عشر ازدادت قوة وعمومية العبر، فقد أصبح متأصلاً فى شكلته وصياغته. وبالتدريج بدأت فكرة أن أنظمة الصياغة تستطيع أن تشير إلى أشياء أخرى غير الأرقام والعمليات الحسابية عليها. وقد تم اتخاذ خطوة للأمام فى هذا المجال بواسطة العالم الرياضى الفرنسى إيفاريست جالوا (١٨١١ - ٣٢) وهو بدون شك واحداً من أهم الشخصيات البارزة فى تاريخ علم الرياضيات. وقد كان واحداً من الجمهوريين الغيورين فى وقت فيه العديد من الصراعات السياسية. وقد كان ضحية عوامل الغضب الثورية، وقد قتل فى ريعان شبابه وعمره ٢١ سنة. وفى آخر ليلة قبل وفاته قام بكتابة مخطوطة تحتوى على كل أفكاره. وقد اختفت هذه المخطوطة فى البداية ثم بعد ذلك ظهرت ونُشرت بعد خمسة عشر عاماً من وفاته.

وقد قام جالوا بمناقشة مشكلة قديمة وهى إيجاد جذور المعادلة الخماسية $x^5 + \dots = 0$ صفر. وفى وقته اجتمعت كل الآراء على استحالة هذه العملية ولكن لم يقم أحد بإثبات ذلك.



المجموعات

المجموعات هي تكوينات رياضية يتم تعريفها بواسطة عناصر وبعض قواعد الاندماج. ويمكن اعتبارهم أنهم أنظمة حسابات ولكن بدون أرقام، فلا توجد علاقة بين عناصر تلك المجموعات وبين القياس أو العد وكذلك فهي ليست أرقاماً بالمعنى الطبيعي للكلمة. وقد أوضح جالوا أن هناك تتابعاً من العمليات التي تسلك نفس سلوك الجمع.

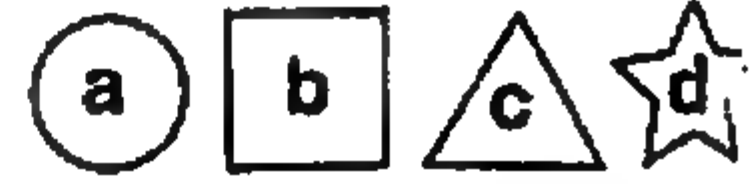


وهذه التتابعات لها القليل من الخصائص التي تُعرفها.

- ١- لكل عنصرين يوجد عنصر ثالث ينتج من اندماجهم، مثل: $2+2=4$.
- ٢- هناك عنصر يسمى بعنصر «الوحدة» وهو لا يغير العنصر الذي يندمج معه مثل: $2=0+2$.
- ٣- كل عنصر له «معكوس» والذي عندما يندمج معه ينتج عنصر الوحدة مثل: $2+(2-)=0$.



وكمثال لأحد المجموعات ، وهي أحد الأمثلة البسيطة جداً التي قدمها جالوا ، نأخذ في الاعتبار الأربعة أشكال المسماة.



وهذه ليست عناصر المجموعة ، ولكن عناصر المجموعة تتكون من عملية تدوير هذه الأشكال الأربعة. وإذا تخيلنا عملية تدوير بينهم إما عن طريق تدوير واحد فقط



مثل :



أو اثنان مثل :

أو ثلاثة مثل :



إذا قمنا بالتدوير بواسطة أربعة أماكن فإننا نرجع إلى الوضع الأول وهذا يعتبر عنصر الوحدة

تورية خفية في «الدورة»



وإذا أسمينا عمليات التدوير هذه I, C, B, A فإن $C+A$ يعتبر تدوير $1+3$ أماكن أو 4 أماكن وهو مساو لعنصر تدوير الوحدة I ! ومن الممكن أن نكون جدولاً لجمع هذه العناصر بكل الصور.



بالرغم من أنهم ليسوا
أرقاماً ولكن هناك طرق
حسابية يمكن أن نطبق
عليها

	I	A	B	C
I	I	A	B	C
A	A	B	C	I
B	B	C	I	A
C	C	I	A	B

وبالرغم من أن هذا المثال تافه إلى حد ما إلا أنه يحتوى على فكرة فعالة ، وهى أن علماء الرياضيات من الممكن أن يلاحظوا أى نظام عمليات عن طريق «جدول الجمع» . ونحن لسنا بحاجة إلى أمثلة إما فى الحالة الفيزيائية مثل الحركة أو الجبرية مثل جذور المعادلات. وهذا الهيكل البنائى يقوم بتعريف نفسه ، ومثل هذه الهياكل البنائية التى لا يلزم أن تكون مجموعات ومن الممكن أن نجد مجموعات اندماج أخرى وربما تظهر جداول لعملية الضرب أيضاً.

العمليات الجبرية على الفئات

بعد ذلك تمت دراسة أنواع أخرى من العمليات ، وأشهر تلك العمليات قام بتطويرها عالم الرياضيات البريطاني جورج بول (١٨١٥-٦٤) . وقد سمع بول بتطبيق الطرق الرياضية لكيونات غير كمية مثل الافتراضات المنطقية.

قمت، بتواضع، بتسمية مجهوداتي
تلك بـ «قوانين الفكر».

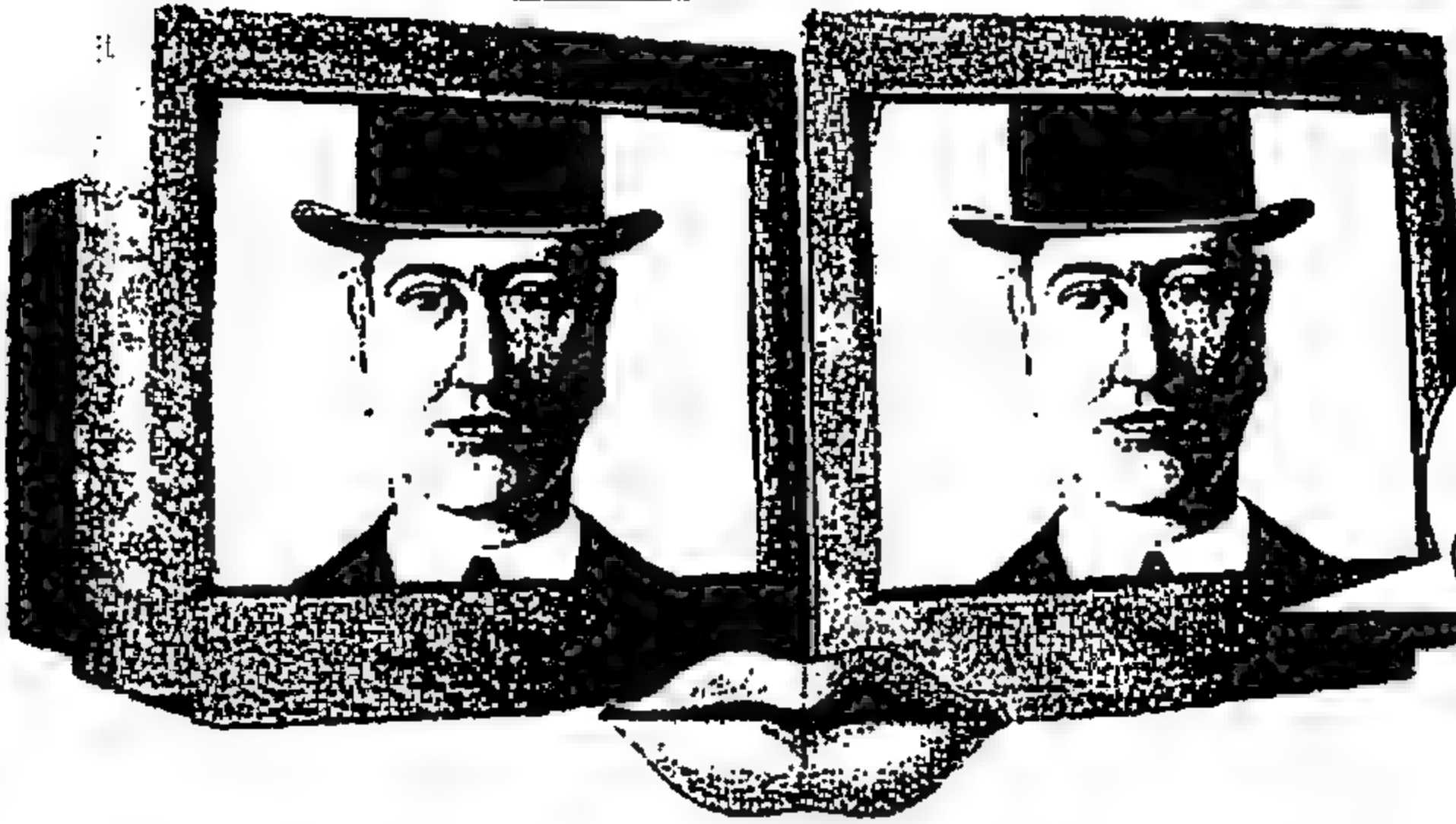
وفي صيغته الحديثة،
يسمى الفرع «بالعمليات
الجبرية على الفئات».

يتضمن ذلك عملية
«الاتحاد» (والفئة الناتجة
تحتوي على مكونات
كلتا الفئتين).

لا أفضل أن أفقد أي عنصر خلال
هذه العملية وإلا...

والتقاطع (وتحتوي
الفئة الناتجة على العناصر
الموجودة في الفئتين
فقط).

يتم استخدام العمليات
الجبرية على الفئات عندما
نقوم بعمل اختيار ما بين عدد من
المزايا، ويحدث ذلك عندما نقوم
ببحث على الإنترنت.



لنفترض أننا نبحث عن Hot Cross Buns فإننا نقوم بكتابة الكلمات الاسترشادية.

Hot Cross Buns

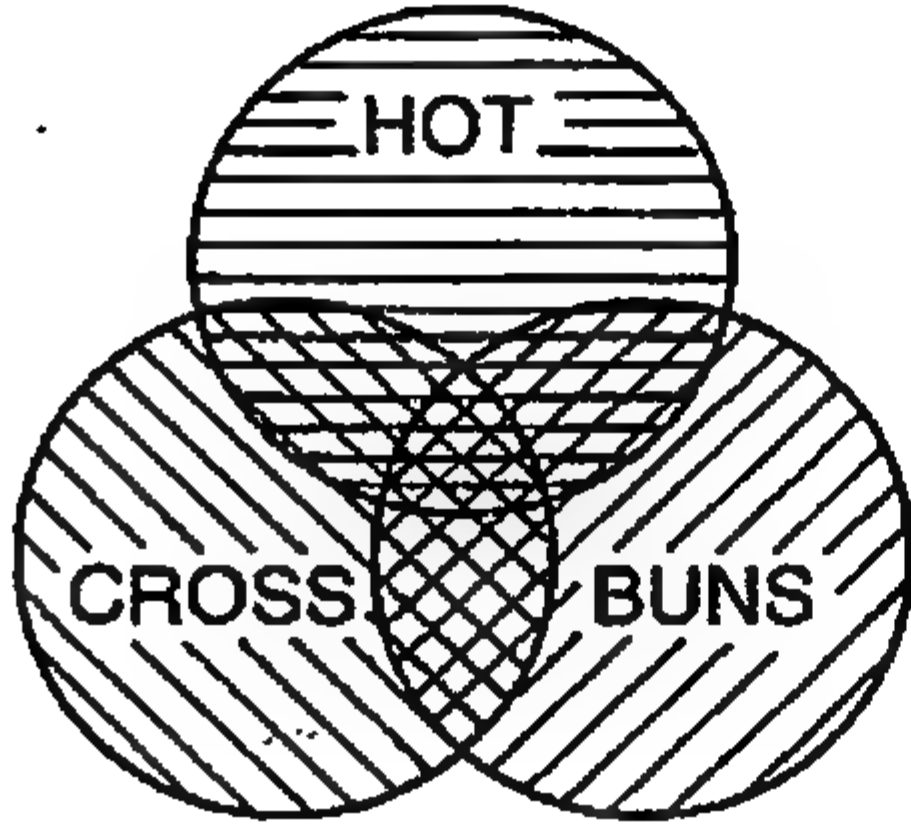
ويقوم محرك البحث بسؤالنا عما إذا كنا نريد المواقع التي بها

كل الكلمات الاسترشادية

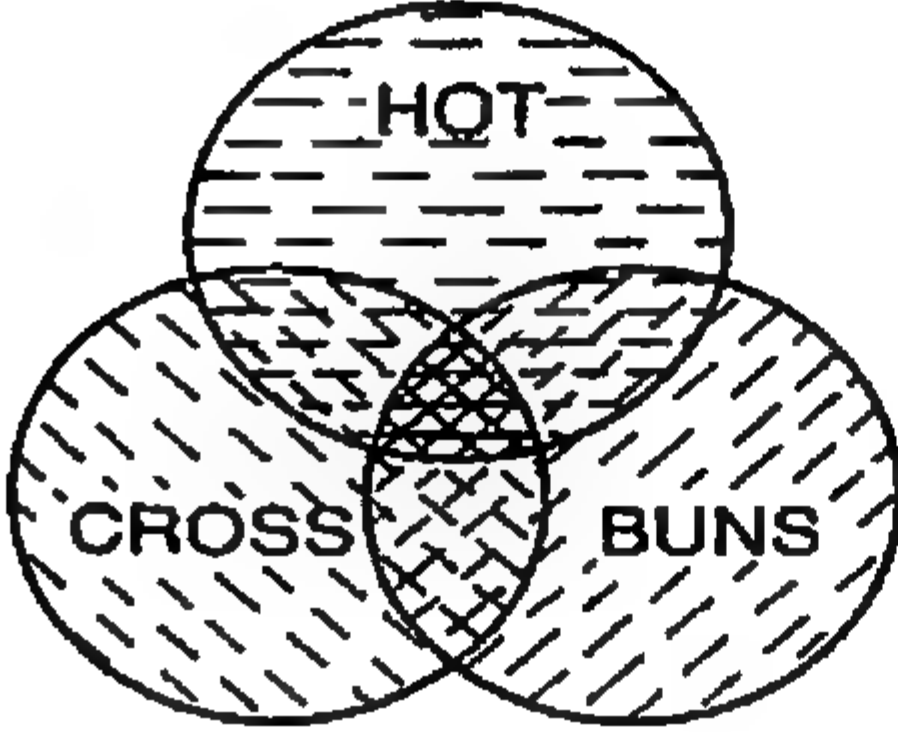
أو

أي الكلمات الاسترشادية

والاختيار الأول يعطينا كل المواقع التي تحتوى على Hot أو Cross أو Buns ويتم تمثيل ذلك بواسطة أشكال «فن» على الصورة :



ويعنى هذا بلغة الفئات (Hot) + (Cross) + (Buns). وهذا يعنى أنه يولد الكثير من المواقع التي لها الكثير من الاهتمامات وهي ليست بالضرورة ذات صلة بما نريد. ولكن إذا كنا نريد "Hot Cross Buns" فقط فهذا يعنى أننا سنحصل على المواقع التي تحتوى على كل من Hot و Cross و Buns ويصبح شكل فن في هذه الحالة :



والذى يعنى بلغة الفئات (Hot) × (Cross) × (Buns) لذلك سنحصل على "Hot Cross Buns" ولا شيء غيرها.

حيث إن الحاسبات تتضمن العديد من عمليات الاختيار، وليس فقط الحسابات مع الأرقام.

يسمى ذلك في الفرنسية Ordinateurs

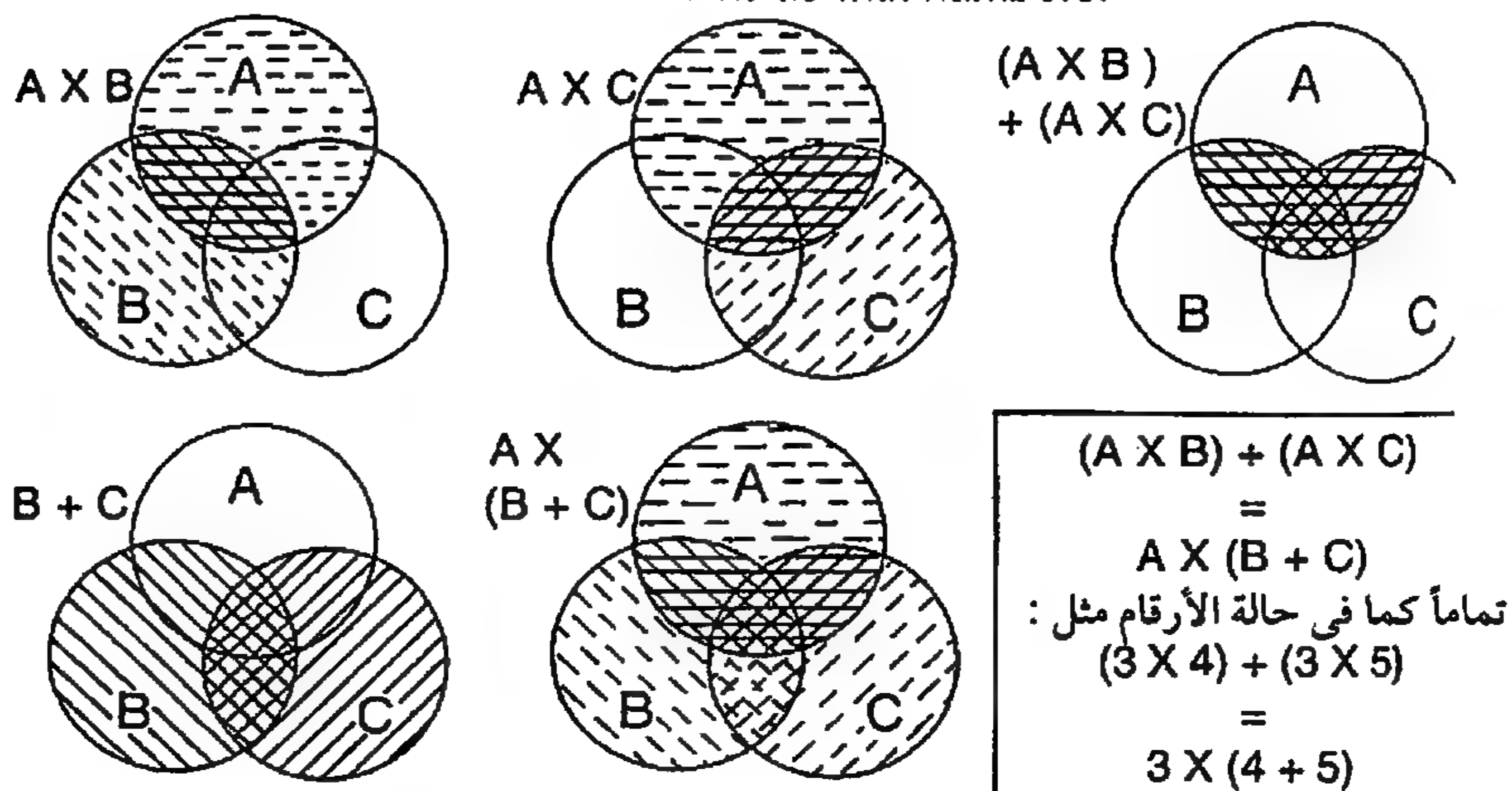
فإن العمليات الجبرية على الفئات تعتبر أساسية في تصميمها



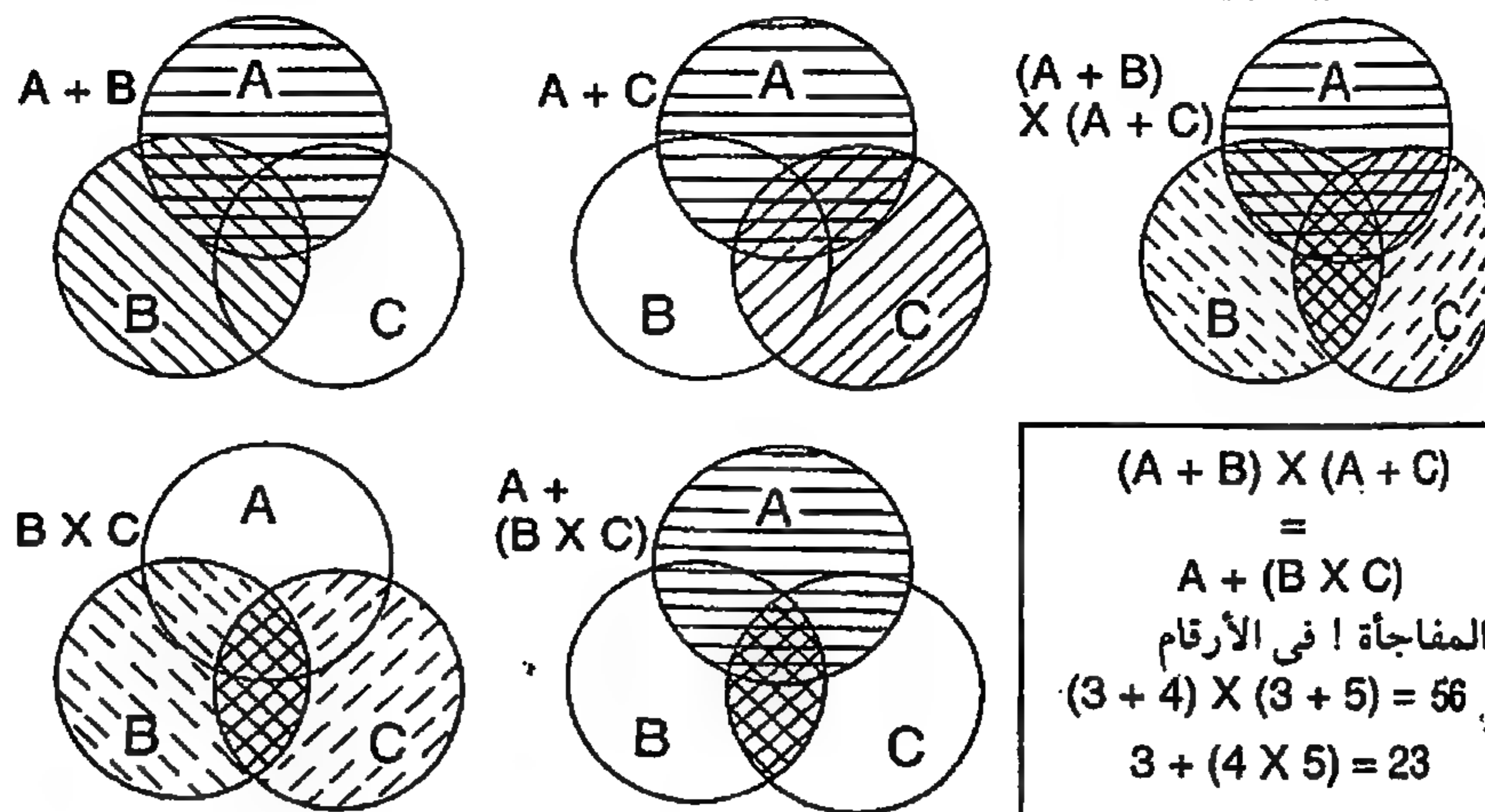
والعمليات الجبرية على الفئات شيقة جداً وذلك لأنها على عكس الحسابات تحتوى على نوعى علاقات «التوزيع».

$$C + A = (C \times B) + A \quad \text{وكذلك} \quad C \times A = (C + B) \times A$$

والحالة الأولى تتماشى مع الحسابات العادية ولكن الثانية لا تتماشى . أما فى حالة الفئات حيث نعى "X" التقاطع و "+" اتحاد تتماشى كلتا الحالتين من خلال التوضيح المبين بواسطة «أشكال فن» وها هو «قانون التوزيع» الذى يتحقق بالنسبة للأرقام.



والآن وللمفاجأة



ومثل هذه الأمثلة أعطت علماء الرياضيات مدى فهم عظيم لتخيلهم. فالحسابات التى يقوم بدراستها علماء الرياضيات أصبحت متزايدة فى اختلافها عما نعرفه عن الأرقام.

كانتور والفئات

بينما انشغل البعض بالأرقام كان البعض الآخر مهتماً باللانهايات. والفئات الموصوفة بكونها لانهاية في الحقيقة ثم تركها للرموز الرياضية واللغزية.

وقد توجه عالم الرياضيات الألماني جورج كانتور (١٨٤٥ - ١٩١٨) إلى ترويض اللانهاية.



وضعت كيفية تكوين مثل تلك الفئات وقمت أيضاً بعدهم.

وقد وضع مخطط لعد الأرقام الكسرية عن طريق وضعهم في منظومة مثل هذه .

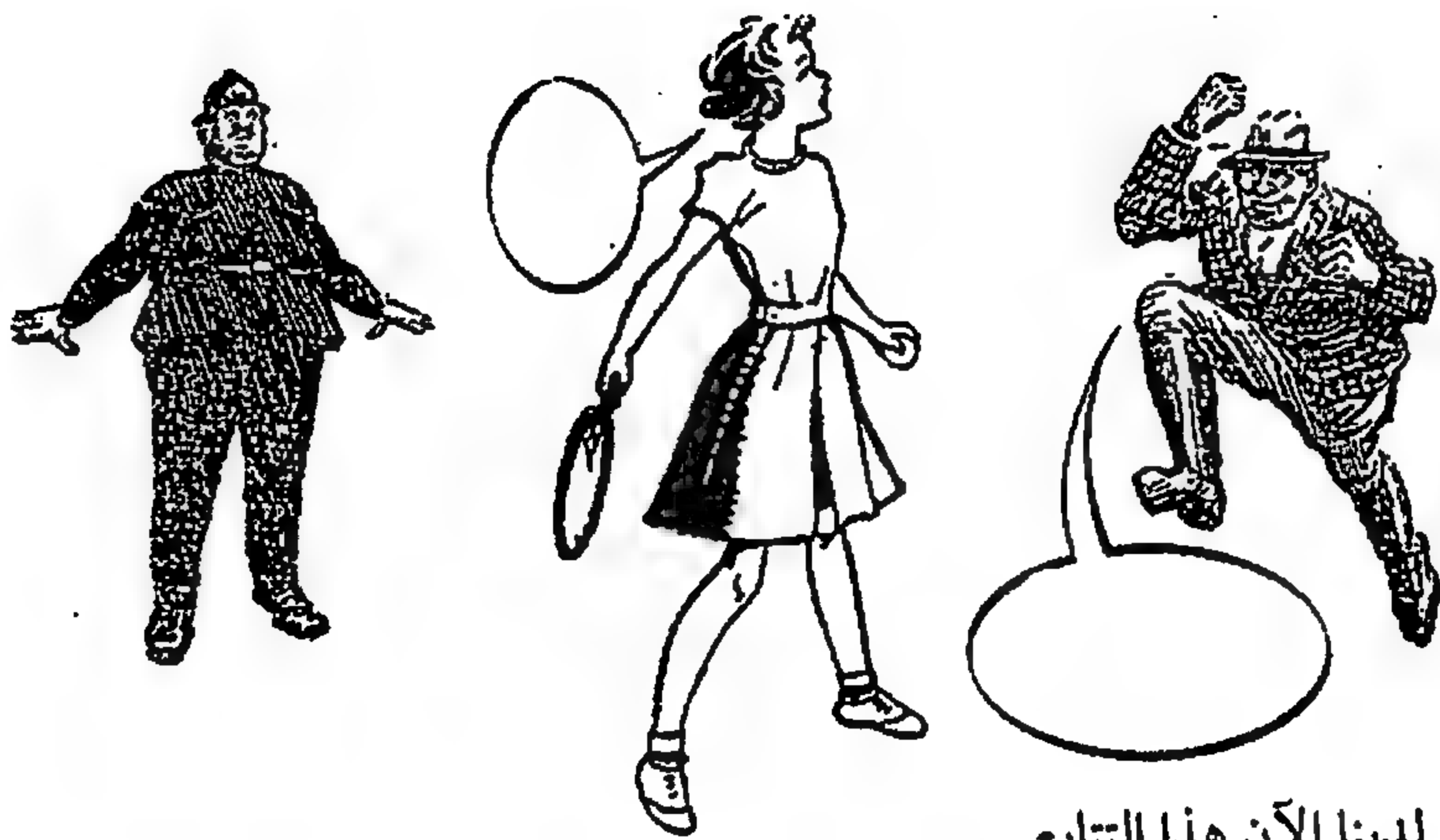
1/1	2/1	3/1	4/1	5/1	6/1
1/2	2/2	3/2	4/2	5/2	
1/3	2/3	3/3	4/3		
1/4	2/4	3/4			
1/5	2/5				
1/6					

وها هي القاعدة التي يتم من خلالها إحصاء كل الكسور .

لاحظ كيف تبدأ الأسهم ، في البداية من المربع في أعلى اليسار، ثم على طول القطر أسفل إلى اليسار ، من $\frac{2}{1}$ ثم $\frac{3}{1}$ وهكذا. وأثناء استمرارك لاحظ إذا كان هناك رقم قد تم عدّه بالفعل (مثل $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$) وقم بحذفه. أيضاً قم باختصار الكسور إلى أبسط صورة مثل $\frac{2}{2} = 1$.

هل هذا متأخر جداً للقيام بمزحة خباب الفرس؟





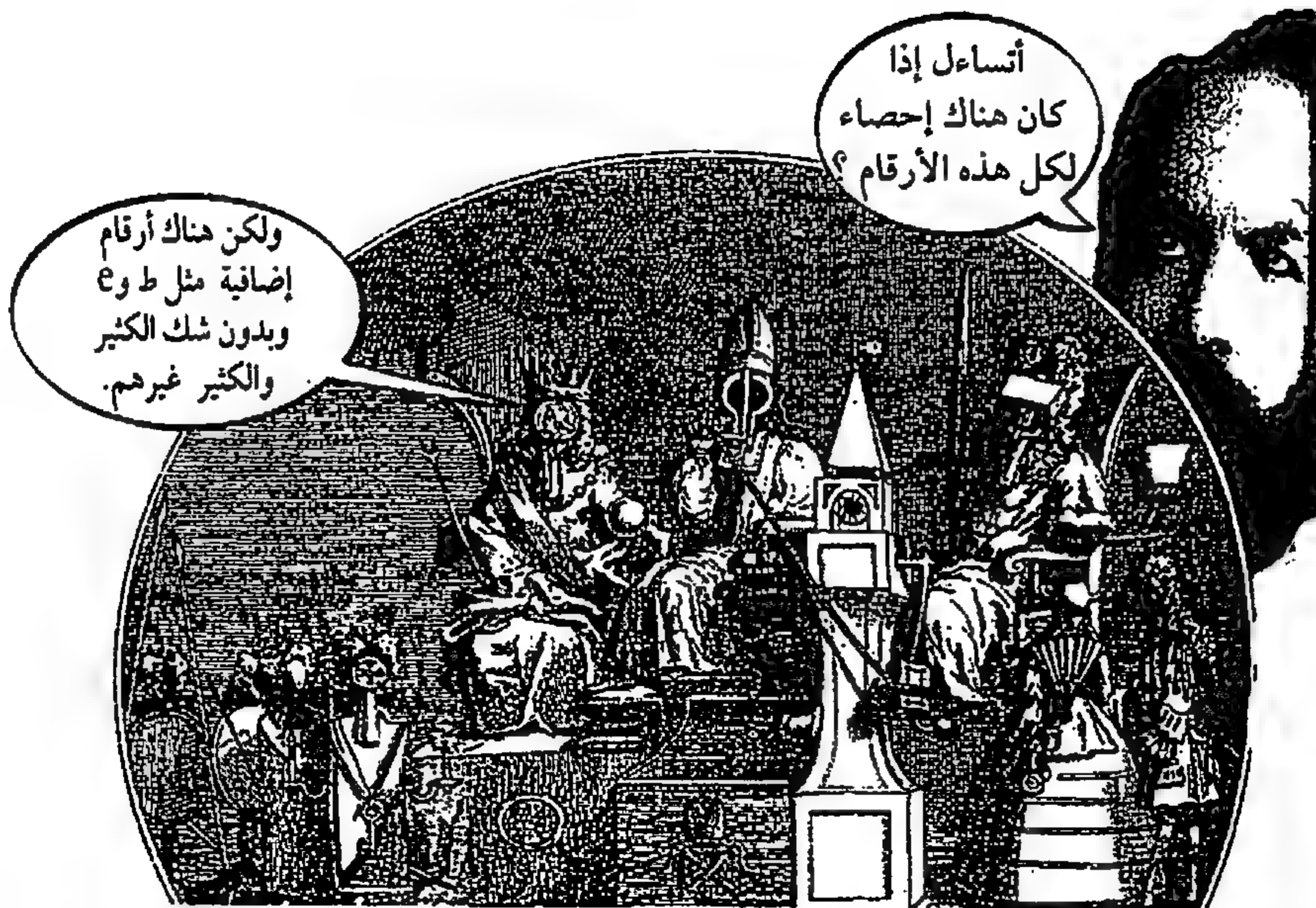
يتكون لدينا الآن هذا التتابع

$$1, 2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{3}, 4, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, 5, \dots$$

ويبدو هذا وكأنك تقوم بتجميع الكسور التي يساوى مجموع بسطها ومقامها ٢ ثم ٣ ثم ٤ وهكذا على الترتيب وفي كل مرة تبدأ بأكبر رقم . وبهذه الطريقة سوف نصل إلى أى رقم كسراً كان أو صحيحاً إن عاجلاً أو آجلاً.

وبالمثل من الممكن أن نحصى الأرقام التي تحل المعادلات الجبرية مثل :

$$\sqrt{2} \text{ و } \sqrt{1}$$



أتساءل إذا
كان هناك إحصاء
لكل هذه الأرقام ؟

ولكن هناك أرقام
إضافية مثل ط و e
ويدون شك الكثير
والكثير غيرهم.


وقد أثبتت أعمال كانتور عكس ما كان يقصد ، حيث إنه وجد أن الأعداد الحقيقية لا يمكن أن تُحصى. وقد قام بإثبات ذلك على عدد قليل من الخطوط ، ولكن عليك أن تراقب عن قرب !

افترض أننا قمنا بإحصاء كل الأرقام مثل الكسور والأرقام الجبرية، فإن هناك قائمة لا نهائية لهذه الأرقام مشابهة لما حصلنا عليه قبل ذلك للكسور والآن من الواضح أن الأرقام لا تظهر في ترتيب حسب جمعها..

وللتبسيط سنأخذ في اعتبارنا فقط الأرقام بين صفر وواحد، فإن هذه القائمة ربما تكون على الشكل

ن₁ = ٠,٧١٦٦٩٣٢٠٠٠
 ن_٢ = ٠,٤٢٢٥٨٩٦٠٠٠
 ن_٣ = ٠,٧٧٩٦٤١٩٠٠٠
 ن_٤ = ٠,٣٢٢٨٩٥٢٠٠٠

وتوضح النقاط بجوار خانة الرقم أنه يستمر دون حد.



أما خط النقاط بعد ن_٤ يوضح أن تتابع الأرقام أيضاً يستمر دون حد.

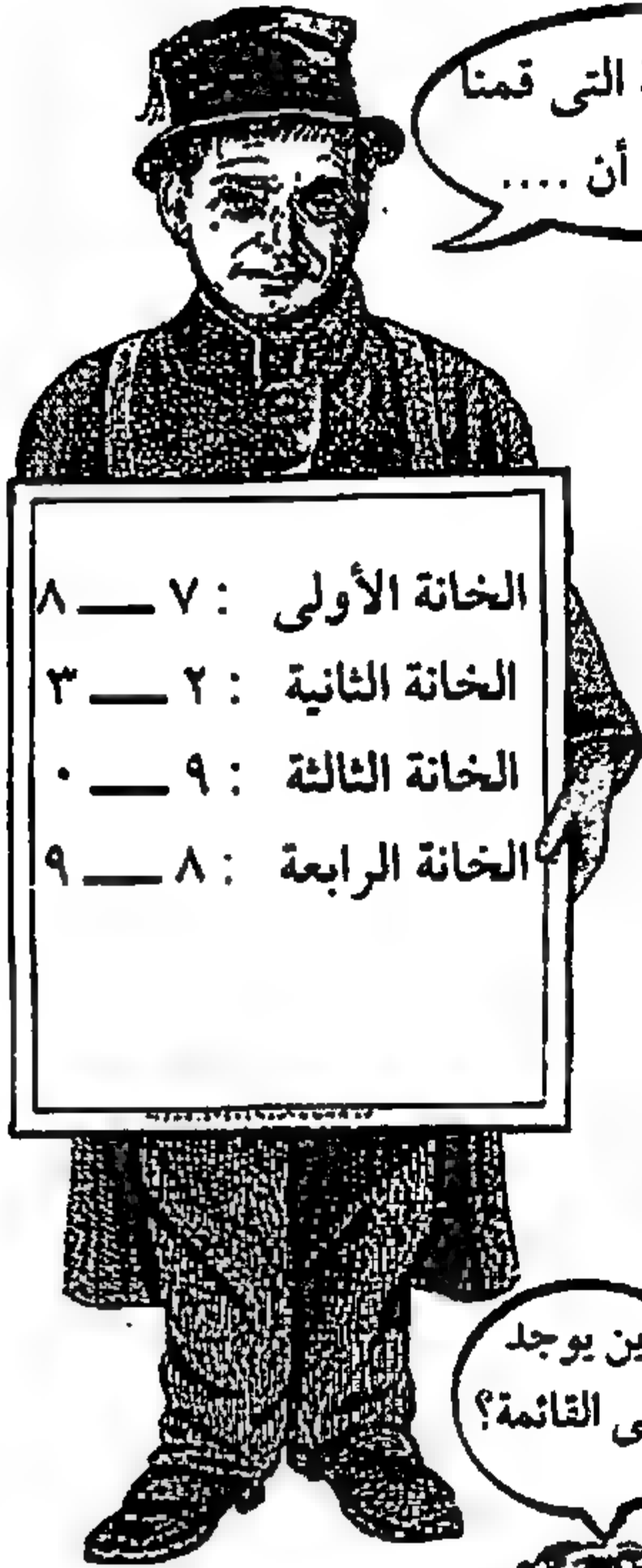
والآن إذا كانت كل الأعداد الحقيقية متضمنة في هذه القائمة فإن أي رقم نتخيله سوف يكون واقعاً في مكان ما في هذه القائمة.

وإذا لم يكن كذلك فيجب أن نسلّم بأننا لم نقوم بإحصاء كل الأعداد.





كيف يمكننا إنشاء رقم غير موجود في هذه القائمة ؟ حسناً افترض أن هناك رقماً ما مختلفاً في الخانة الأولى مع الرقم الأول، وفي الخانة الثانية مع الرقم الثاني، والخانة الثالثة مع الثالث وهكذا . ويمكننا فعل ذلك إذا كانت كل خانة في هذا الرقم تزداد بمقدار واحد عن خانة الرقم الموجود في القائمة.



بالنسبة للقائمة التي قمنا بعملها نجد أن

وكما نستطيع أن نلاحظ فإن الأرقام التي وضعناها تأخذ الصورة العشوائية ، ومن الممكن أن تكون مختلفة تماماً ولا يغير ذلك من نقاشنا.

لذلك الرقم الجديد الذي من الممكن أن نسميه الغريب يأخذ الصورة غ = ٨٣٠٩٠٠٠ ،
وها هو أسلوب البحث



أين يوجد
ع في القائمة؟

ليس في المكان الأول
ولا الثاني ولا الثالث
ولا أي مكان آخر!

لذلك فإن فرضنا
أننا نستطيع أن نحصى
كل الأعداد الحقيقية
فرض خاطئ.

وقد تعامل كانتور مع نوعين من اللانهاية: الأرقام المعدودة (مثل الأرقام العادية) والنقاط الواقعة على خط ما. ما هو مدى ارتباطهم ببعض؟ بعد ذلك تمكن من الحصول على طريقة لوصف الترتيب الأعلى من اللانهاية بطريقة عامة. وبالنسبة لهذه النقطة سنقوم بدراسة فكرة الفئة الجزئية. إذا كانت لدينا فئة مكونة من ثلاثة عناصر a, b, c فإن فئاتها الجزئية هي الأزواج ab, bc, ac والعناصر الفردية a, b, c والفئة الفارغة. وكذلك الفئة الأصلية ذاتها.

abc	a	b	c	ab	ac	bc	
-------	-----	-----	-----	------	------	------	--

وبحساب عدد هذه الفئات نجد أنه ثمانية فئات أو 2^3 . وهذه الفئة الجديدة تسمى فئة القوى (أو الأس) للفئة الأصلية، وإذا كانت الفئة الأصلية تحتوي على عدد n من العناصر فإن فئة القوى تحتوي على 2^n عنصر.

وبهذه الطريقة استطاع كانتور أن يكون فئات كبيرة جداً عن طريق تكوين فئة القوى لواحدة تلو الأخرى (أي بحسبها لوانخذة، ثم بحسب فئة القوى لفئة القوى وهكذا). وقد وضع رمزاً جديداً لحجم هذه الفئات ولكونه يهودياً فقد فضل استخدام الحرف العبري القديم \aleph (Aleph). وعلى ذلك إذا كانت فئات المعدودات لها حجم \aleph_0 فإن فئة القوى لها تكون \aleph_1 هكذا.

وعلى الجانب الآخر فإن فئة الأعداد الحقيقية على خط الأعداد وهي أول فئة معدودة \aleph_0

ربما يبدو مقبولا أن نفرض أن \aleph_1 تساوي ١ ولكن هذا الفرض أزعج علماء الرياضيات عبر الأجيال.

مستحيل



الطواف حول اللاتهايات
كان مثيراً ومربكاً بالفعل ولكنه
بعد ذلك أصبح كارثة !!!

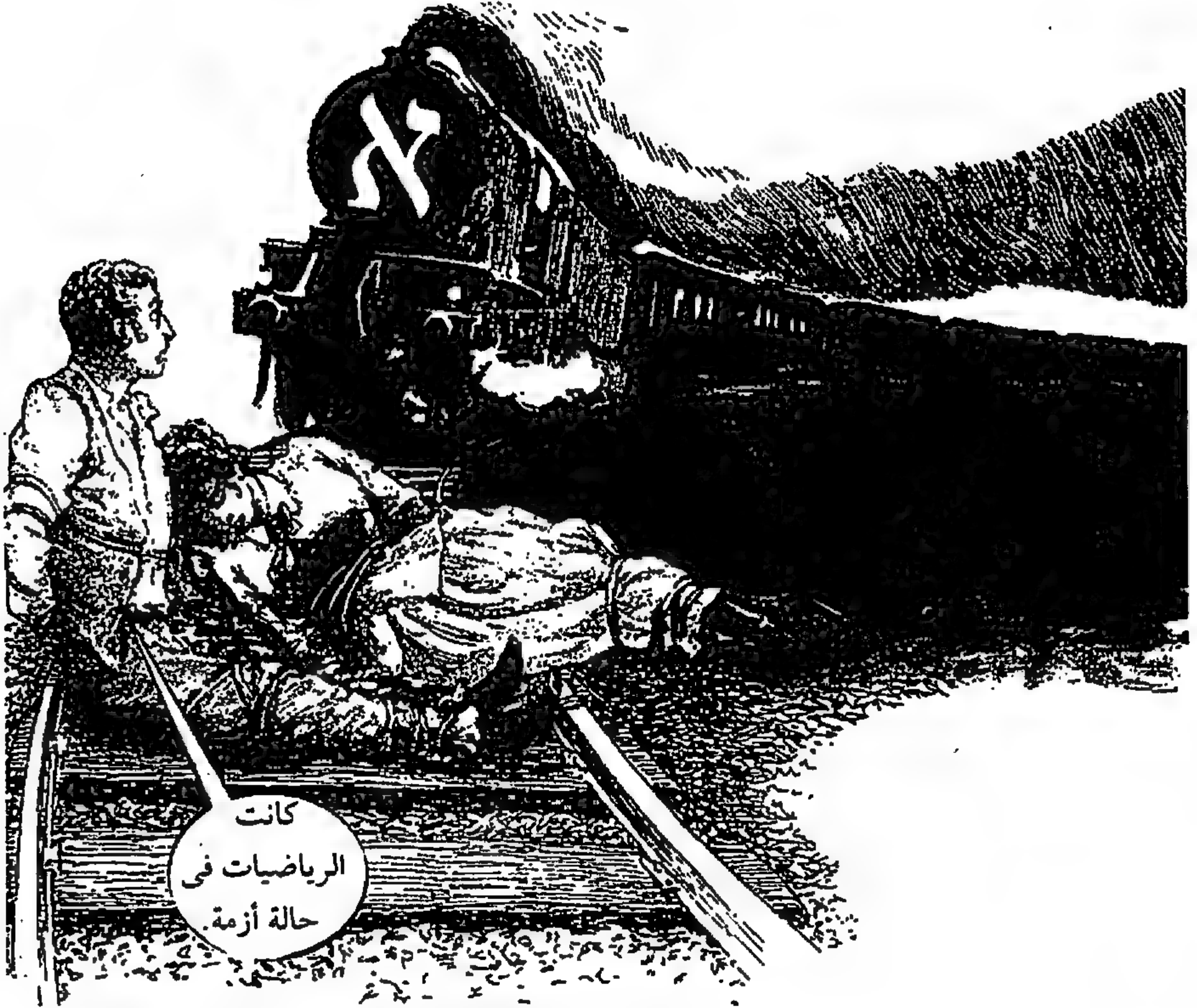
وإذا كنا نتحدث عن الفئات بهذه الصورة العامة ، فلا يوجد شيء يمنعنا من الإشارة إلى فئة كل
الفئات والتي لها معنى لغوي ، أليس كذلك؟ وهذه الفئة لا بد أن تكون أكبر الفئات على الإطلاق
ويتم تعريفها من خلال \mathbb{R} معينة ولكن \mathbb{R}_F . ولكن مثل أي فئة أخرى ما يوجد لهذه الفئة فئة
قوى يعطى رقمها على الصورة \mathbb{R}_F^2 ومن المؤكد أنه أكبر من \mathbb{R}_F لذلك ما قمنا بتعريفها على
أنها أكبر الفئات على الإطلاق يتولد منها فئة أكبر ، وهذه الفكرة تحوي تناقضاً ذاتياً !



ويبدو هذا مثل
ثورة الأطفال عندما
يستوقفهم مدرسوهم إذا
سألوا عن آخر رقم.

أزمة في الرياضيات

قدّم تناقض اللانهاية الذي تم اكتشافه بواسطة كانتور تحدياً جديداً لعلماء الرياضيات. وهذا لا يشابه التحديات الرياضية السابقة مثل $\sqrt{-1}$ أو $\frac{س}{ز}$ ، ولكن على هذه الحالة يوجد تعارض ذاتي واضح. وقد تم إثبات أن هذه التناقضات لا تختلف في تفاصيلها عن الرياضيات الاصطلاحية.



وفي بداية القرن العشرين شرع مجموعة من الفلاسفة وعلماء الرياضيات في حل هذه الأزمة، وسألوا...



راشيل والحقيقة الرياضية

كان بيرتراند راشيل من اثنين ممن عكفوا على حل هذه الأزمة وقد عمل طويلاً في دراسة المنطق والفلسفة والتعليم التقدمي وفي النهاية التمردد والاحتجاج على الأسلحة النووية. وقد مثلت الرياضيات باليسبة له الحقيقة المؤكدة الوحيدة في العالم في مواجهة الادعاءات الرائقة للرهبة.

قمت أنا وكثير
غيري بدراسة المتناقضات
المنطقية لإيجاد حلول
للأخطاء التي واجهت
كانتور.

وكان هذا معروفاً بالفعل منذ أوقات
اليونانيين القدماء، وقد اعتمد جزء منه
على استخدام «كل» كما في «فئة كل
الفئات».



وأحد أكثر المتناقضات براعة يختص بتسميتها . دعنا نقوم بتعريف B على أنه أقل عدد صحيح يمكن تسميته في ما لا يقل عن ١٩ مقطعاً .
 باستخدام الطريقة العادية نجد أن هذا الرقم كبير جداً لأنه يحتاج تسعة عشر مقطعاً لتسميته : حيث إن الرقم «سبعمائة ألف مليون بليون» يحتاج فقط إلى عشرة مقاطع .



وهذا تناقض خطير جداً بالفعل حيث إنه لا يتضمن إشارة ضمنية ولا حتى يتميز بالشمول . وهذا يوضح مدى صعوبة إنقاذ الوثوق في الرياضيات عن طريق التخلص من أساسياتها المنطقية .



وكان ذلك عن طريق اعتبار النقاشات الرياضية أنها شكلية خالصة مكونة من مجموعة من الرموز ، وملاحظة إذا كانت في هذه الحالة قاسية أم لا.

وقد تم تطوير نوع آخر من الهجوم كمحاولة أخيرة لتأمين الحقيقة الرياضية.



على أية حال فقد تم تفجير هذا البرنامج بواسطة أحد مجنديه البارعين ، أنا كورت جوديل.

يتم وضع الإثبات في صورة سطور من الرموز المتصلة ببعضها عن طريق بعض قواعد التحويل. وكان الهدف هو توضيح أن الإثباتات «المتحققة» يمكن تمييزها عن الإثباتات «غيرالمتحققة» ، وبذلك فإن أى جملة رياضية من الممكن أن تكون صحيحة أو خطأ.

نظرية "جوديل"

قام جوديل (١٩٠٦ - ٧٨) بنشر نظريته في عام ١٩٣١ كنتيجة لأعمال أ. ن .
وايتهيد (١٨٦١ - ١٩٤٧) وكذلك كتاب راشيل المكون من ثلاثة أجزاء عن المنطق
الرمزي في الفترة (١٩١٠ - ١٣) Principia Mathematica



وكانت طريقة جوديل تتمثل فى : قام بتخصيص رقم محدد لكل جزء فى الجمل الرياضية ، بعد ذلك قام بدمج هذه الأرقام ليحصل على رقم واحد لكل جملة رياضية . وعن طريق مناقشة مشابهة لمناقشة كانتور قام جوديل بتوليد رقم «عملاق» يعبر عن هذه الجملة . وكان هذا الرقم مليئاً بالمعاني ولكنه لم يتم إثبات صحته أو بطلانه.



حلم جوديل
بأن الرياضيات من
الممكن أن تمثل على
هيئة صرح من الحقائق
المتصلة منطقياً ، انتهى
فجأة وإلى الأبد.

ماكينة "تورينج"

انبثقت من نظرية التحطيم العظيم لجوديل أنواع مختلفة من القوى . وقد التقط ألان تورينج (١٩١٢ - ٥٤) فكرة توليد جمل رياضية بطريقة مختصرة تماماً.

وتتكون ماكينة تورينج من شريط وبرنامج يستجيب للمعلومات المتتابعة المخزونة في مقاطع مختلفة من هذا الشريط وهي تقوم بكل العمليات الابتدائية. وبلغة



تكنولوجيا الثلاثينات من القرن الماضي لم يكن لهذه

الآلة استخدام عملي ولكنها أمدت تورينج بإصدار

من طريقة جوديل التي كان يحتاج إليها في بحثه.

وفي القريب العاجل أصبحت تخيلات تورينج

عملية جداً حيث إنها أصبحت دليل تطوير الحاسبات

في أثناء الحرب العالمية الثانية .

وقد بدأت الحاسبات على صورة آلات حاسبة

ضخمة يتم تشغيل البرنامج عن طريق الضغط

على أزرار ومفاتيح من الخارج . وكان التطور الهائل

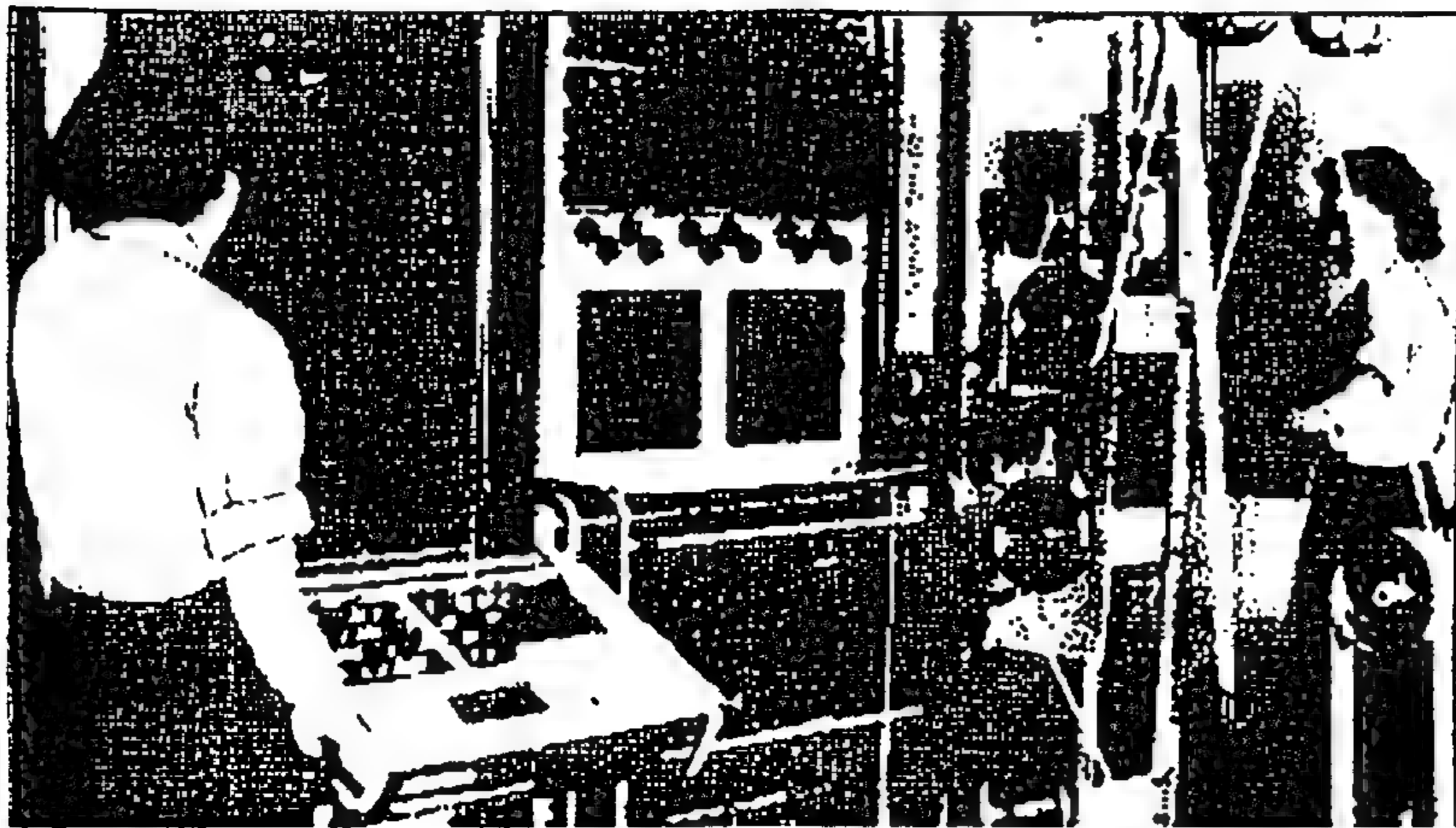
عندما تم تحميل البرنامج داخل الحاسب على أنه

أحد ملفات البنائية والذي يقوم بتوجيه العمليات

في كل الملفات الأخرى . ولا توجد الآن حدود

لتعقيدات وقابلية تكيف الحاسب.

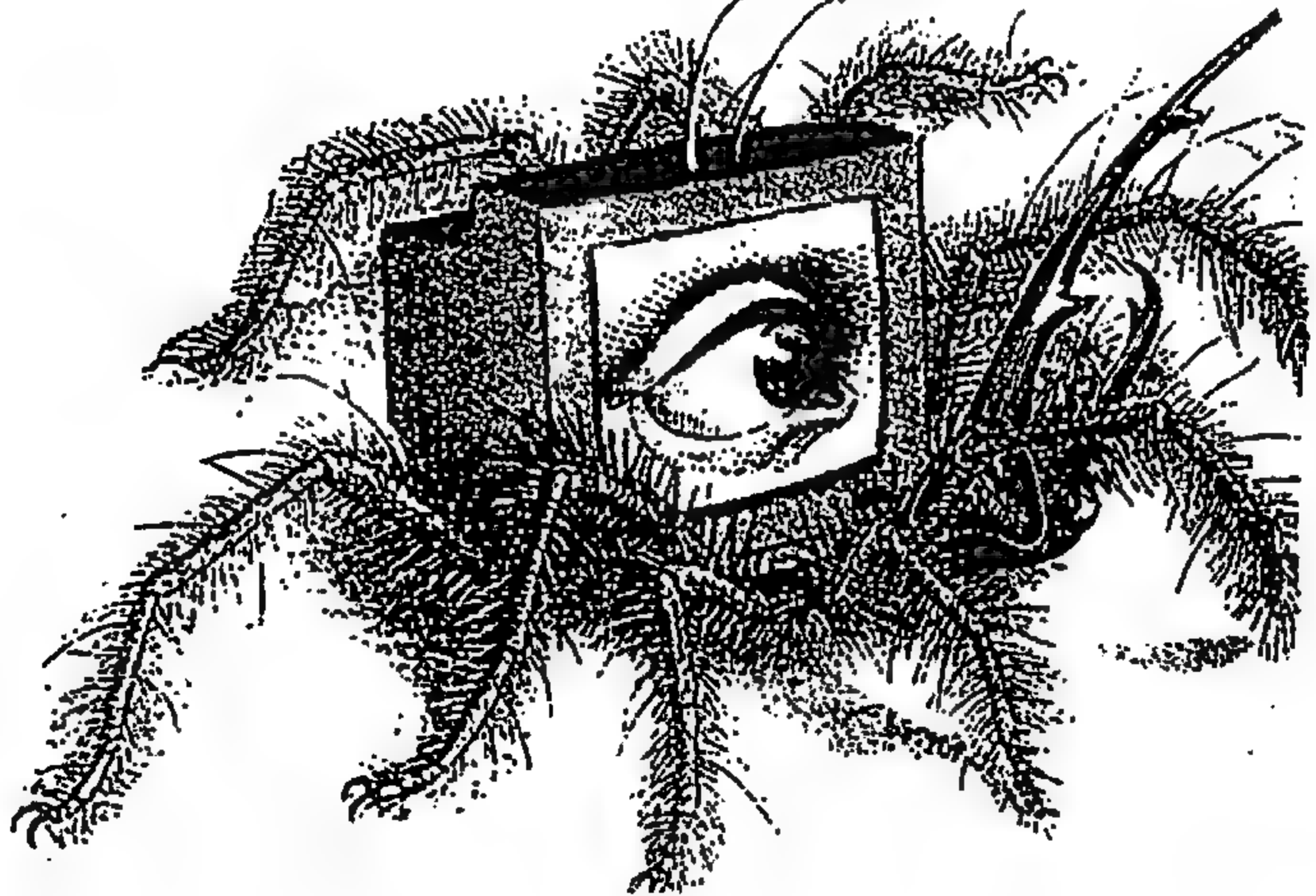
أصبحت لدى
مميزات الحاسب، الذي
يختلف اختلافاً تاماً عن
الآلات الحاسبة
الميكانيكية.



وقد ساعد تورينج فى كسب الحرب العالمية الثانية حيث إنه كان ضمن الفريق الذى كسر شفرة «الغز» الألمانى ماكينة الشفرة .
وقد مات تورينج بصورة مأساوية وبالتحديد كنتيجة لاضطهاده ومحاكمته وقد تم تسميته بسم السيانايد حيث وجدت بجانبه التفاحة المسممة مأكول منها قضة.



وقد بدت رؤية تورينج للكمبيوتر المختصر أنها فادحة خاصة على المدى الطويل . ففى مخططة للعمليات البسيطة لم يكن هناك مكان خصص لبرمجة الأخطاء أو الحاجة «لمعالجة الأخطاء» . وقد دام الاعتقاد بأن الحاسبات لا تخطئ لمدة قرون، بمعنى أن أى خطأ هو نتيجة لأخطاء البشر . والآن فقط وبعد اكتشاف Millennium Bug بدأنا نتحقق الأنظمة المختصرة لنظرية الحاسبات وبرمجتها ليست حقائق إلهية، ولكنها أيضاً منتجات بشرية.



الفراكتالات

تظهر الآن قوة الكمبيوتر في الرياضيات نفسها ، حيث قادنا الرسم بالكمبيوتر إلى نوع جديد من الهندسة يعرف بهندسة الفراكتالات والذي يتكون من أنواع خاصة من الأشكال غير المنتظمة المتشابهة في ذاتها، بمعنى أن أي نظام جزئي من نظام الفراكتال يكون مكافئاً للنظام ككل.

الفراكتالات

هي إنشاءات جميلة جداً
وعلى درجة عالية من
التعقيد وأيضاً بسيطة جداً
تعتبر الفراكتالات
معقدة نتيجة التفاصيل
اللانهاية التي تحتويها
والخصائص الرياضية المنفردة
لا يوجد فراكتالات متماثلات أبداً
وتعتبر بسيطة لأنها تنتج بواسطة عملية بسيطة جداً.

وإذا بدأنا بمعادلة بسيطة مثل $S^2 + C$ حيث إن S رقم مركب يسمح له بالتغير بينما C رقم مركب ثابت . نقوم بوضع قيمتين (S ، C) ونبلغ الحاسب بوضع الناتج محل S في الخطوة التالية ثم يكرر ذلك في الخطوات المتتالية ، وتكون النتيجة مذهلة.

وقد وصف بينوا ماندلبرو (المولود عام ١٩٢٤) عالم الرياضيات الفرنسي (البولندي الأصل) مكتشف الفراكتلات على أنها طريقة لرؤية اللانهاية.



يرتبط اسمي
بالفراكتال الشهير
المرسوم في صفحة
١٤٩ والمسمى بـ
«فئة ماندلبرو».

وفي هذه الأيام تستخدم الفراكتلات في وصف الظواهر المعقدة مثل اضطرابات توزيع الزلازل وتطور المدن . وقد أدت هندسة الفراكتلات إلى الفرع الرياضي الجديد نظرية العماء .

نظرية العماء

تقوم نظرية العماء بوصف ظواهر ليست عشوائية ولا يمكن التنبؤ بها
وفي نفس الوقت فهي تُوصَف بواسطة المعادلات التفاضلية.
ويُنتج هذا السلوك لأن أي تغيير بسيط في الشروط
الابتدائية يؤدي إلى تغيير كبير جداً في سلوك الحلول
النهائية . والوصف التقليدي (المبالغ فيه حقيقة)
لهذه الخاصية.

هو ...

... رفرقة أجنحة
الفراشة من الممكن
أن تؤثر على مسار
العاصفة.



والسلوك العمائي يرتبط ارتباطاً وثيقاً بخصائص فراكتال الأنظمة وحيث إنها «ذاتية
التماثل» فإننا نرى نفس نوع التغير إذا غيرنا المقياس الذي نصف به سلوك النظام . وقد
وضح أن المتغيرات العشوائية ، مثل تغير الأسعار في أسواق الجملة ، تسلك نفس هذا
السلوك . وهذا يمكننا من استخدام نظرية العماء في إدارة مثل هذا النوع من المشاكل .



ربما يعتبر أعظم
الإسهامات الهامة لنظرية العماء في
فهمنا للرياضيات هي أنها جعلت
التجاهل على قدر من الاحترام.

حيث إنها أمدت
علماء الرياضيات بمسائل
لحلها والتي تهتم باستحالة
المعرفة المفصلة.

كانت أول مرة
تنهار فيها الثقة في الرياضيات
عند اكتشاف متناقضات
اللانهاية في بداية القرن العشرين
حيث كانت هناك «أزمة في
الأساسيات».

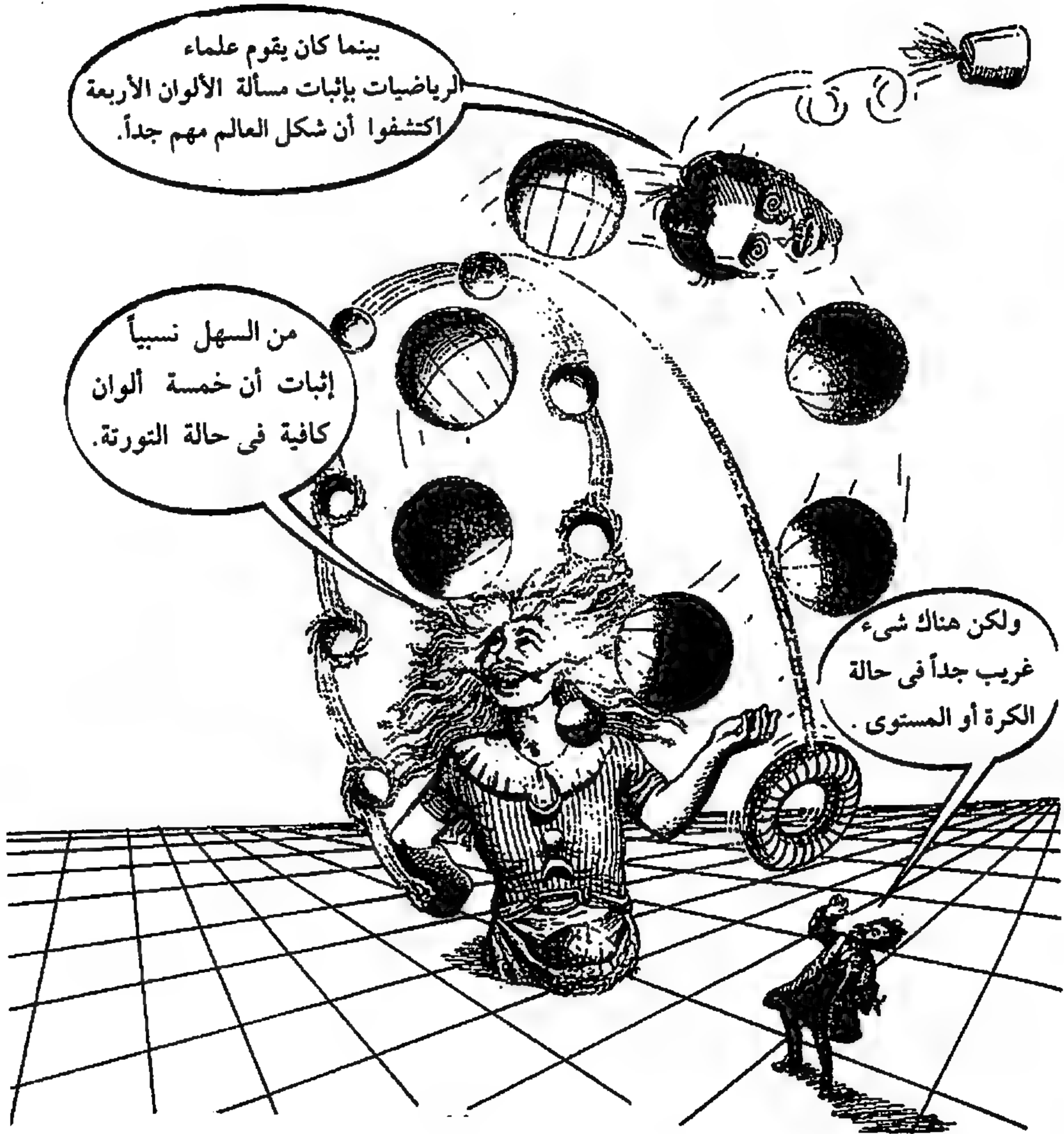
وقى هذه المرة
فإن التعارض يتعلق
بالتقدم ، وبهذه الطريقة
فإننا نلاحظ التغير المستمر
في الموضوعات التي
تختص الرياضيات
بدراستها.

الطبولوجى

تظهر الآن قوة الحاسبات فى مجالات أخرى ملحوظة أكثر، فقد قامت الحاسبات بالبراهين التى وقف أمامها العقل البشرى عاجزاً . وأكثر الحالات الشهيرة المعاصرة هى الطبولوجى . يهتم علم الطبولوجى بدراسة العلاقات بين التكوينات بغض النظر عن أشكالها . وبصيغة رياضية فإن هذا المجال هو المجال الرياضى الذى يسهل فيه ذكر المشكلة ولكن يصعب جداً حلها.

وواحدة من أصعب التحديات فى مشاكل الطبولوجى هى «نظرية الألوان الأربعة»
والتي تنص على أن أى خريطة يمكن تلوينها بواسطة أربعة ألوان على الأكثر . والقاعدة الوحيدة هى عدم تشارك دولتين متجاورتين فى نفس اللون. والتقييد الوحيد هنا هو أن كل دولة تكون عبارة عن قطعة منفردة ومتصلة من الأرض ولا يوجد أى دولة تحتوى على دولة بداخلها على هيئة جزيرة كما فى حالة إيطاليا وسويسرا بالقرب من لوجانو Lugano



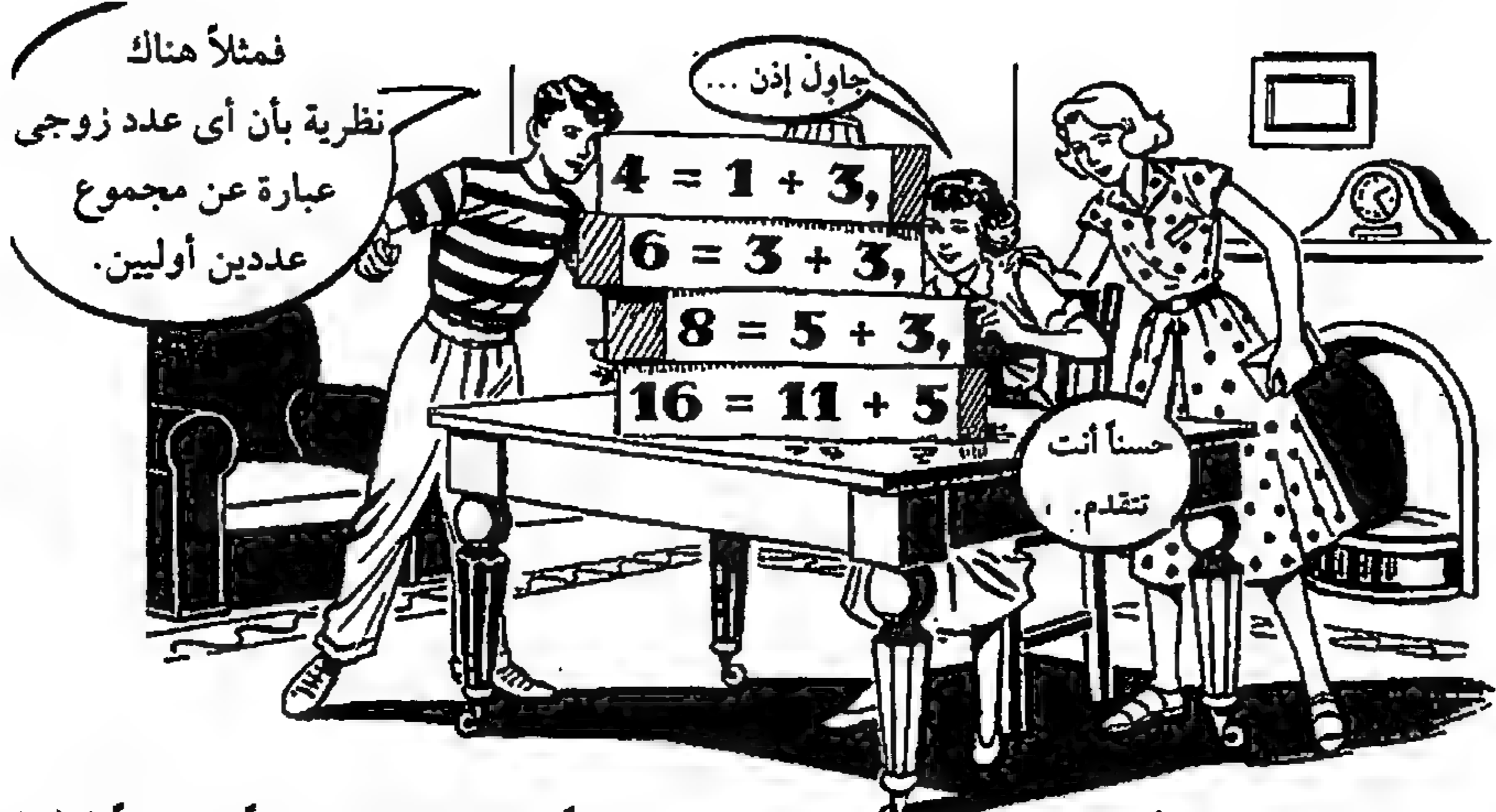


وقد تم التوصل إلى إثبات في عام ١٩٧٦ ، ولكنه اعتمد على دراسة مفصلة لأكثر من ألف حالة وهي شيء خارج حدود استطاعة الإنسان. لذلك فقد تم تصميم برنامج كمبيوتر لاختبار الحالات الخاصة في وقتها وقد نجح في ذلك وأعطى النتائج المرجوة.

ولكن في ذلك الوقت اشتكى بعض علماء الرياضيات من أنهم لا يستطيعون اختبار الإثبات ! حيث إن برنامج الكمبيوتر عبارة عن مجموعة من الأوامر وليس جملاً متصلة منطقياً . هل نستطيع أن نجزم بأن برنامجاً ما قد تمت معالجته من الأخطاء أكثر من برنامج آخر ؟ وفي الحال تم التوصل إلى إجماع على مفاده وأصبح الإثبات الآن «متحققاً»

نظرية الأرقام

وكما في حالة الطبولوجي فإن المشاكل في نظرية الأعداد سهلة الوصف ولكنها صعبة الحل .



إثبات ذلك لكل الأعداد الزوجية يعتبر عملية صعبة جداً . وكان هذا تحدياً حقيقياً لعلماء الرياضيات لفترة طويلة. وأول محاولة ناجحة لحل هذه المشكلة والمعروفة . بـ«حدس جولد باخ» بينت أننا لسنا بحاجة لأكثر من ٤٠٠٠٠٠٠ عدد أولي !



وأشهر نظرية في هذا المجال هي التي وضعها عالم الرياضيات الفرنسي بيير دي فيرما (١٦٠١ - ١٦٥٠).



وقد نتجت هذه النظرية من دراستي لأقدم علاقة رياضية وهي نظرية فيثاغورث، وحيث إنه هناك عدد لا نهائي من الحلول للمعادلة ...

$$٢^٢ + ٢^٢ = ٢^٢$$

حيث أ و ب و ج أعداد صحيحة وإنشاء مثل هذه الثلاثيات كان معروفاً لمدة قرون مضت..

وقد رأينا أن علماء الرياضيات المسلمين فكروا في معادلات شبيهة ولكن بأسس أعلى. وقد حاول بعضهم إثبات استحالة وجود مثال لأرقام تحقق المعادلة: $٣^٣ + ٣^٣ = ٣^٤$.

ولكن بيير دي فيرما اعتقد أنه قد توصل إلى مثل تلك المجموعات متصوراً أنه قد أثبت أن المعادلة $س^٣ + ص^٣ = ع^٣$ ليس لها حلول على صورة أعداد صحيحة إذا كانت $ن$ أكبر من اثنين.

وقد كتب لأحد أصدقائه أنه قد توصل إلى إثبات دقيق لهذه النقطة ولكن هامش الخطاب لم يستوعبه ! لذلك فإنه قد بدأ مطاردة استمرت لقرون ولم تنته إلا حديثاً. وقد تم التوصل إلى هذا الإثبات بواسطة عالم الرياضيات الإنجليزي أندرو ويلز (المولود عام ١٩٥٣) الذي يقوم بالتدريس الآن في جامعة برينستون.



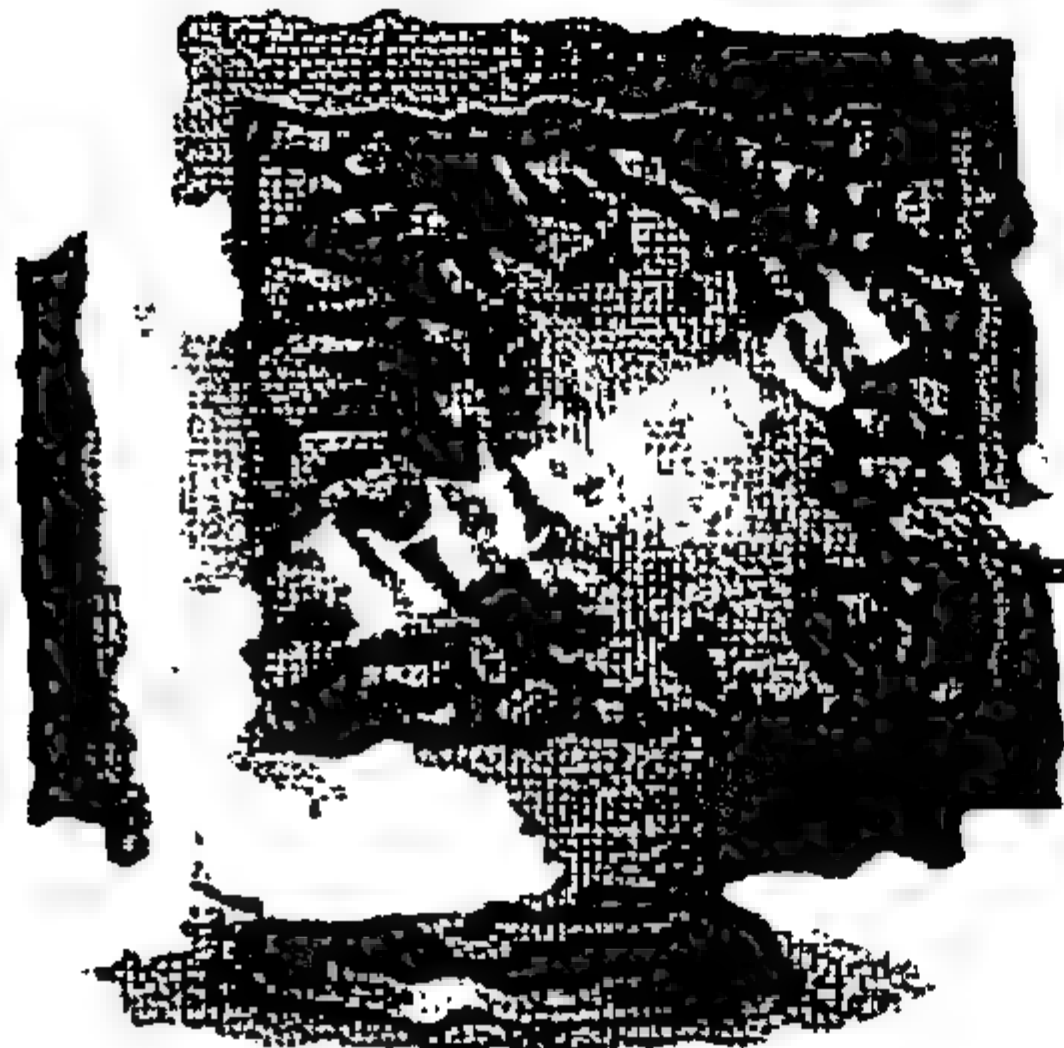
تضمن هذا الرياضيات العميقة المبهمة عبر آلاف السطور التي تحتوي على مئات الحسابات والاتصالات المنطقية.

ويؤدي كل هذا إلى توضيح أن العقل البشري يستطيع أن يتوصل إلى ما لا يستطيع الكمبيوتر التوصل إليه.

وقد أصبحت نظرية الأعداد واحدة من أقل فروع الرياضيات قابلية للتطبيق. ولكن أثناء تطور المجالات المختلفة فإن هناك تفاعلات بينها بطرق غير متوقعة.

علم تخطيط الشيفرة
(عمل وكسر الشفرات) كان هاماً
فقط بالنسبة للجنود والجواسيس.

ولكنه أصبح فجأة على درجة عالية من الأهمية التجارية والتكنولوجية والسياسية في تأمين الرسائل عبر الانترنت والذي يعتمد كلياً على صعوبة كسر شفرتها.



يجب فعل
شيء ما.

وأفضل طريقة لعمل الشفرات هو استخدام أرقام كبيرة جداً لا يمكن حساب مكوناتها. وعملية تعريف هذه الأرقام ووضع طرق لإنشائها وكسرها تتضمن العمل بنظرية الأعداد والمجموعات. لذلك فإن أكثر العلوم ميلاً لأن تكون نظرية أصبحت الآن في لب التطبيق العملي. وقد أصبحت هذه المشكلة على درجة عالية من السياسة حيث إن الحكومات تهتم بحل شفرات الرسائل المتبادلة بين المجرمين والإرهابيين.



الإحصاء

علم الإحصاء هو أكثر نقاط الرياضيات شيوعاً واتصالاً بالأفراد العاديين. ويعنى علم الإحصاء «فن الحكم» حيث إن الحكومات تستطيع أن تقوم بأعمالها على وجه حسن إذا تمكنت من جمع معلومات عما يدور في مملكتهم. ولكن مجرد جمع أرقام متضاربة ليس بالعمل الكافي إنما يجب أن نقوم بربط وتحليل وتلخيص هذه الأرقام حتى تصبح مفيدة. وفي هذا العمل سنقوم باستخدام كل المقاييس المختلفة للإحصاء مثل «المتوسط» ولكن مثل هذه المقاييس تعتبر مثلاً لمجموعة من الأرقام وبينما تقوم بتوضيح بعض الأرقام في وقت ما فهي أيضاً تقوم بإخفاء مظاهر البعض الآخر. ولمعرفة كيفية تطبيق الإحصاء دعنا نتخيل قرية بها:

مائة قروي يتكسبون	وعشرة مزارعين يتكسبون	بالإضافة إلى سيد القرية الذي
١٠٠ دولار في السنة	١٠٠٠ دولار في السنة	يجني ١٠٠٠٠ دولار في السنة.



والدخل الكلي لهذه القرية يصبح ٣٠٠٠٠ دولار ، وإذا قسمناه على ١١١ فرداً ، فإنه يعطى ٢٧٠ دولاراً في السنة لأغلب الحالات.

وإذا أخذنا في اعتبارنا الدخل المتوسط (حيث يوجد ٥٪ فقط لهم دخل أكبر) أو الأسلوب السائد (وهو الدخل الذي يتكسبه معظم الناس) . وفي كلتا الحالتين سيكون ذلك ١٠٠ دولار فقط أى أنه يتجاهل دخل الأشخاص الأكثر ثراءً. ولكي نقوم بتوضيح صورة الدخل على نحو أفضل فربما نتجاهل الأعشار العليا أو السفلى (مستوى ١٠٪ و ٩٠٪) وبالنسبة لعشر ٩٠٪ فإنه يلحق بالفرض الحادى عشر من أعلى وهو الدخل الأوسط.

وبالرغم من كل

صور التقنية هذه فإننا نلاحظ أن أساليب الإحصاء هذه لا تتضمن القائمين على العمل الزراعى بصورة دائمة فهم يقومون ببيع البذور وشراء كل المحصول من القرية.

والمثال السابق يوضح لنا أنه لا يوجد شيء إحصائى يعبر عن كل الأهداف، وهى ما تسمى بالإحصاء المتعادلة بالفعل من السهل التعامل مع الإحصاء..

هناك خدع

قدرة مثل الرسومات التى لا تحتوى على مقياس رسم أو الصور التى يحجب نصفها كل الانطباع عن تضاعف الحجم.

ولكن هذا لا يعنى أن كل الإحصاء نتاج ضرر أو نزوة أو فساد!

قيم «أ»

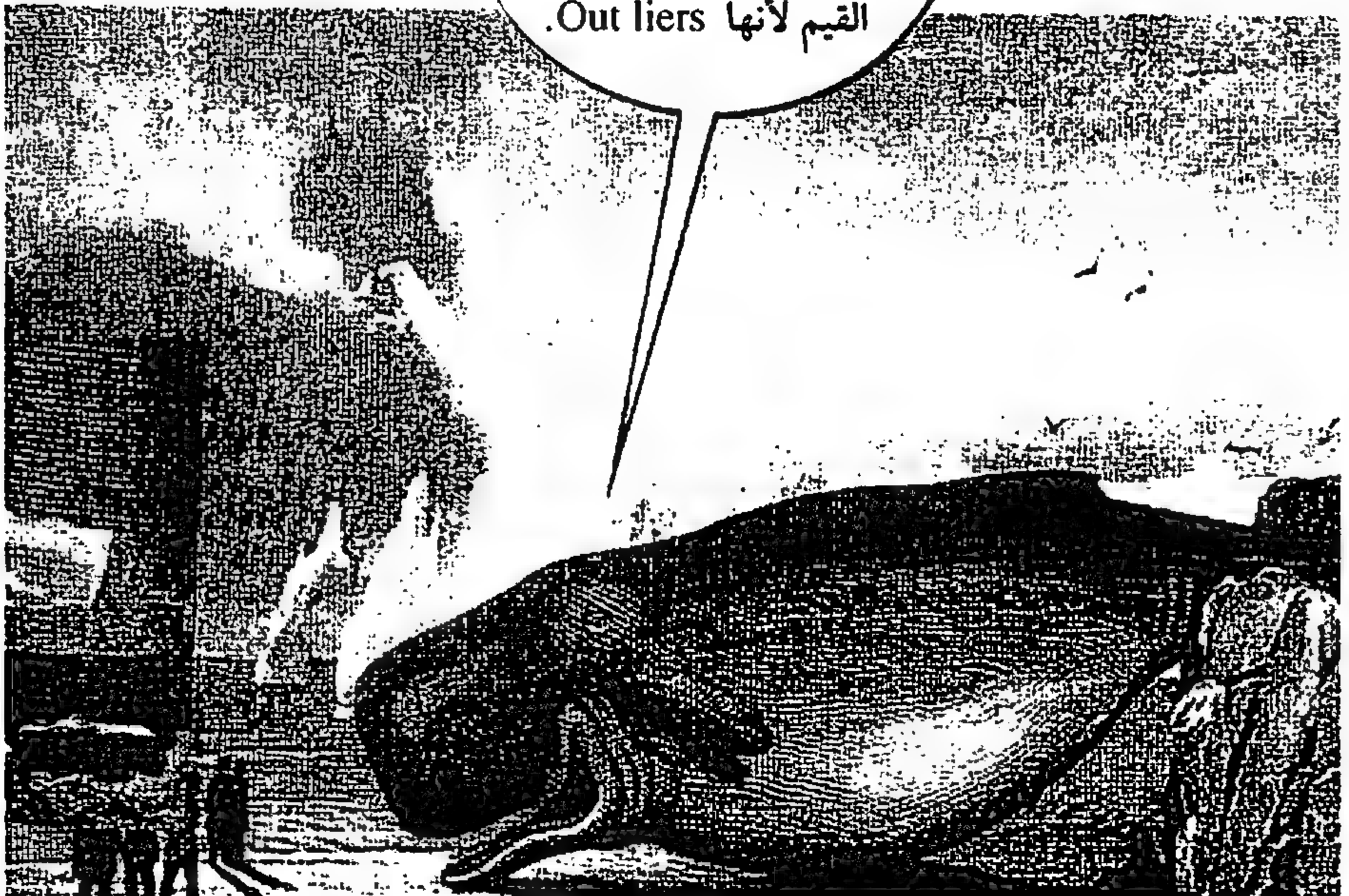
فى كل اختبارات الإحصاء يوجد رقم يتم الاستشهاد به يسمى «حد الثقة» أو «قيمة أ» وهو يأخذ قيم ٥٪ أو ١٪ أو أى قيمة أخرى . وهذا الرقم يحدد درجة التأكد من أن هذا الاختبار يتوافق مع مجموعة الأرقام التى يتعامل معها. وهذا الرقم يعبر عن الأرقام الشاذة التى تعطى نتائج إيجابية ولكنها خاطئة . ولا يوجد اختبار يعطى نتائج مثالية ! فكلما ازدادت درجة التأكد زادت تكلفة هذا الاختبار وهذا يعنى أنه يتعين على القائمين على اختبارها أن يتقبلوا كل أنواع الخطأ الممكنة .



ذلك يعنى أن هناك إقراراً بأن قيم أ يتم تصميمها بحيث إنها تحد من فرصة النتائج الإيجابية الخاطئة . وكلما زادت صرامة قيمة أ ازدادت اختبارية الاختبار ولكن على الجانب الآخر فإنها تجعله أقل حساسية . ففي مثال اختبار سمية بعض الملوثات البيئية فإن قيمة أ التى تُقدر بـ ٩٥٪ تجنبنا الإنذارات الخاطئة للملوثات ولكنها فى نفس الوقت تجعلنا أكثر عرضة للأضرار الكاذبة . لذلك فإنه يتعين علينا أن نسأل أنفسنا أثناء القيام ببعض الاختبارات الواجبة : هل بعض المواد بالفعل لها آثار ضارة أم أن الآثار المنذرة يجب قبولها على أية حال؟ وفى كلتا الحالتين يجب اتخاذ إجراء وقائى . والسؤال المحتوم فى هذه الحالة هو : لمصلحة من تتم هذه الاختبارات؟

وحتى فى الاستخدامات الأبسط للإحصاء كما فى عملية تمثيل المعلومات التجريبية فإنه يتعذر علينا الحكم على القيم . بالطبع لا تتلزم كل النقاط مع المنحنى المرسوم وإلا إذا كانوا قريبين جداً فهذا يعنى أنها قيم ملفقة . وكذلك هناك بعض القيم تبعد تماماً عن باقى الحشد ونسمى هذه القيم "Out liers" وإذا تم إدراجهم مع القيم فسوف يؤثرون بالسلب لذلك فيجب تجنبهم بعد التأكد من أنهم لا ينتمون إلى هذه الفئة (ربما نتيجة خطأ ما فى القياس).

لم نكن نعرف أول
دليل على وجود ثقب الأوزون ،
وكان ذلك نتيجة أن نظام الإحصاء
فى الحاسب يتجنب بعض
القيم لأنها Out liers .



الاحتمال

تُبنى طرق التعامل مع البيانات الإحصائية بصورة أساسية على نظرية الاحتمال .
ويتضمن هذا ثلاثة مبادئ واضحة والتي تتداخل مع بعضها بصورة متكررة.



الأول هو الاحتمالية
الهندسية التي تعتمد على
التمائلات مثلما نقول : إن
احتمالية الحصول على سبعة
أثناء إلقاء زوج من أحجار
الترد يساوى السدس.

هناك ست طرق من إجمالي ست
وثلاثين يكون المجموع فيها سبعة)

أما الثانية فهي الاحتمالية المعملية
للأشخاص الذين يُعمرون أكثر من خمسة
وسبعين عاماً والتي تُبنى على معلومات قد تم
جمعها في وقت سابق.

وفي النهاية نجد «أحكام» الاحتمال مثل
احتمالية فوز أفراد غريبة في سباق الخيل أو
الانتخابات العامة .

وبالرغم من أن هذه الاحتمالات واضحة
من ناحية المفهوم إلا أنها شائعة الاستخدام مع
بعضها دون تفريق واضح. لكل هذه الأسباب
فإن الاستنتاجات الإحصائية تقع في العديد من
المآزق.



وفجأة ارتبك الأصدقاء ، فهي كانت تعرف أن القطعة الغير الموجهة تعطي احتمالات هندسية متساوية للصورة والكتابة . لذلك فإنه على المدى الطويل تميل القطعة المعدنية غير الموجهة لأن تظهر أعداداً متساوية من الصور والكتابة . ومن الممكن إثبات ذلك بالتجريب . ولكي نقوم بعمل حكم على ما إذا كانت القطعة موجهة أو لا، فهذه قصة أخرى.



تتطلب الأحكام ، على «توجيه» قطعة النقود، النظرية الرياضية للاحتمال والإحصاء .
 وفي هذه الحالة سيصاحب الافتراضات عن سلوك قطعة النقود تصميم تجريبي
 بالإضافة إلى تقييم مقادير الخطأ ووضع حدود يقينية للأحكام النهائية. ويقودنا تحليل
 إلقاء قطعة النقود بعد توضيحه إلى مجموعة من النتائج الخطيرة . فبينما تبدو صيغة
 السؤال المباشر أنها نص بسيط للاحتمال (الصور والكتابة لهم احتمالات متساوية في
 القطعة غير الموجهة) ، فالصيغة العكسية (هل القطعة موجهة؟) تتضمن أحكاماً مدغمة
 بواسطة علم الإحصاء.

عندما تمتزج النقاشات الإحصائية بمبدأ
 المسبب نجد أن هناك ارتباطات في كل مكان
 ، فهناك قصة عن رجل لا يحب السفر بالطيران
 أبداً...



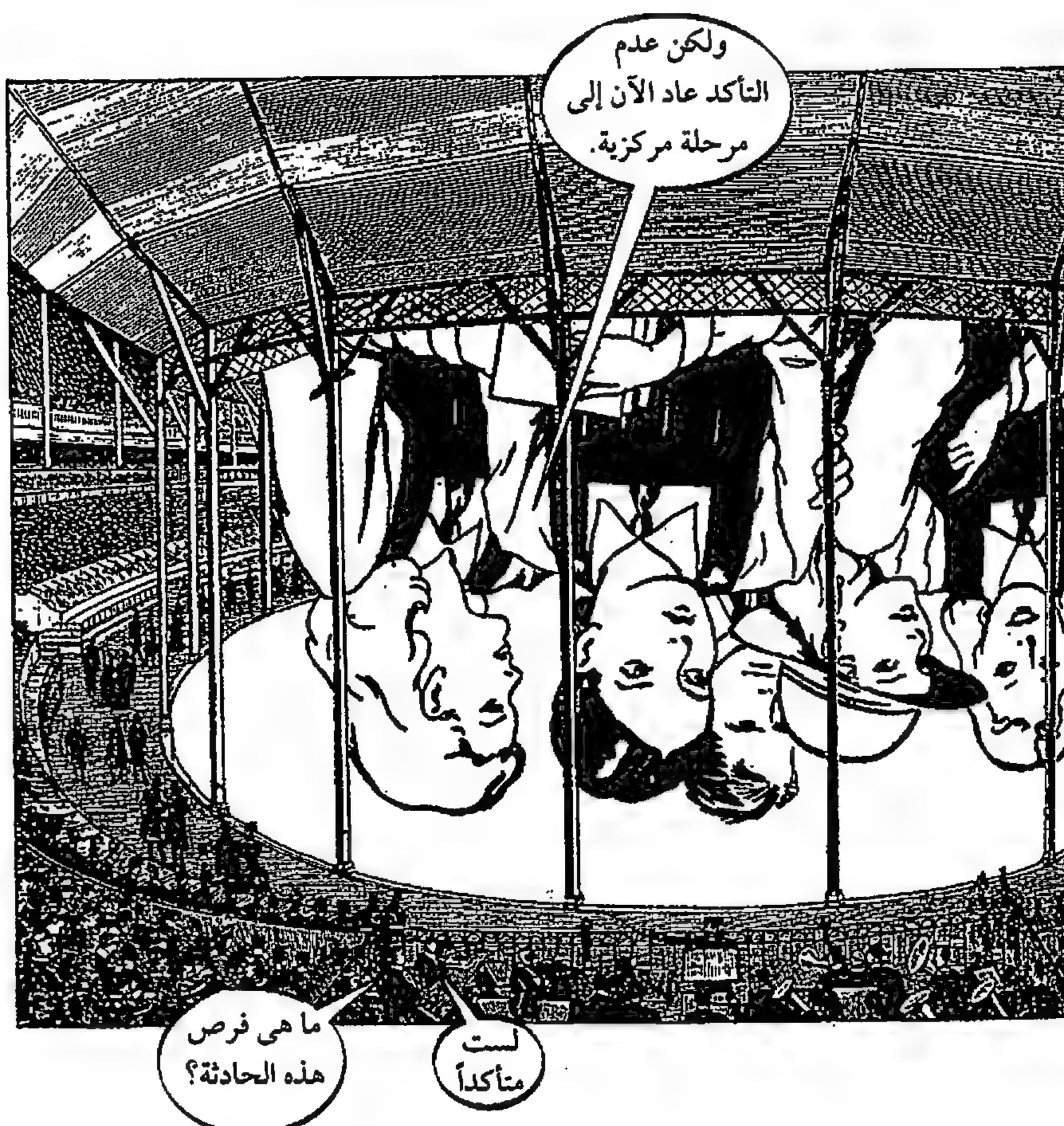
عدم التأكد

يقع هؤلاء المختصون بإمداد الأرقام سواء إذا كانت إلى السياسيين أو إلى عامة الشعب في ورطة كبيرة ، فإذا قاموا بتوضيح عدم التأكد والتحفظات حول أرقام معينة لن يكون ذلك مفهوماً.

وعلى الجانب الآخر إذا قاموا بتبسيط العملية وذكروا «أرقاماً ساحرة» على قدر أمان كبير فسوف يدعى الناس عليهم بالخداع.



ويكمن التحدي العظيم للرياضيات من الناحية الاجتماعية في إدارة وتنظيم عدم التأكد. ولقد ساد الاعتقاد لفترة طويلة بأن تقدم العلوم الطبيعية من الممكن أن يقلل أهمية عدم التأكد والتي ظلت لها إمكانية الترويض بواسطة نظرية الاحتمال.



وقد قام عدم التأكد بقهر الرياضيات، وعلى الجانب الآخر فهو أساس لـ «نظرية الكم» في الفيزياء .. وفي هذه الأيام علينا أن نتحدى آثار الحضارة الصناعية على البيئة الطبيعية.

وقد أصبح عدم التأكد في المقدمة لأول مرة. وتعتبر تسمية أخرى جديدة في الرياضيات بـ «النكبة Catastrophe» أو «العماء Chaos» غير مدهشة. والآن نستطيع أن نضع عدم التأكد ضمن أفكارنا التي توضح ما تتضمنه الرياضيات.

الأرقام السياسية

يعتبر فهمنا للأرقام (والتي تم وضعها للعد والحساب) غير ملائم بالنسبة للأرقام المستخدمة في صنع السياسة. هذه الاستخدامات تتطلب مفهوماً ومهارات مختلفة. وبسبب اعتيادنا الدائم على كون الرياضيات دقيقة وصحيحة، فإننا لا نميل إلى تصديق أن عدم التأكد يعتبر جزءاً من الأرقام السياسية. وقد أدى الذكر الدقيق للأرقام في وسائل الإعلام إلى إيقاع عدم التأكد في أزمة كبيرة. وعلى كل حال فإذا ذكرنا رقماً ما مكوناً من خانتين مثل ٤٧ فإننا نعرف أنه مختلف عن ٤٦، ٤٨، أو أننا نعرفه بدقة حوالى ٢٪.



وإذا كان الرقم ٤٧ هو حد آمن تم حسابه من كل أنواع البيانات بكل أنواع التفسير، فما هي فرصة أننا نعرفه بدقة حوالى ٢٪.



الدقة الزائدة محيرة ومضللة ويعانى من استخدامها كل من المستخدم والأشخاص الذين يمدونهم بها.

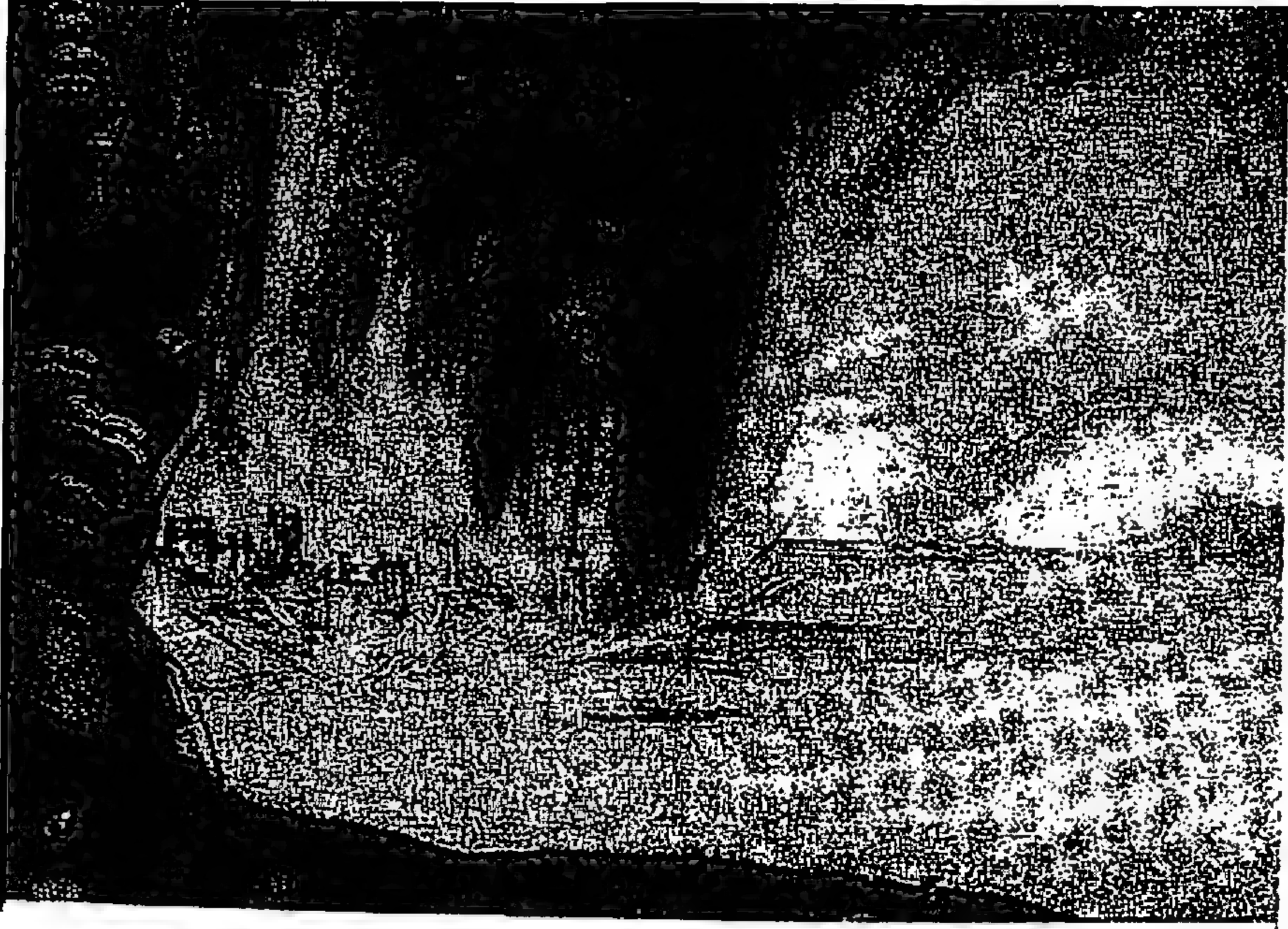


وتعتمد تأثيرات الأرقام الملحوظة على صنع السياسة على محتوى تلك الأرقام. وهناك حوار في الكتاب المقدس تم فيه عرض تعقيد مذهل، في جينسي ١٨ ، كان أبراهام والسيد قبل مدينتي «سدوم» و«جموره» وقال السيد ..



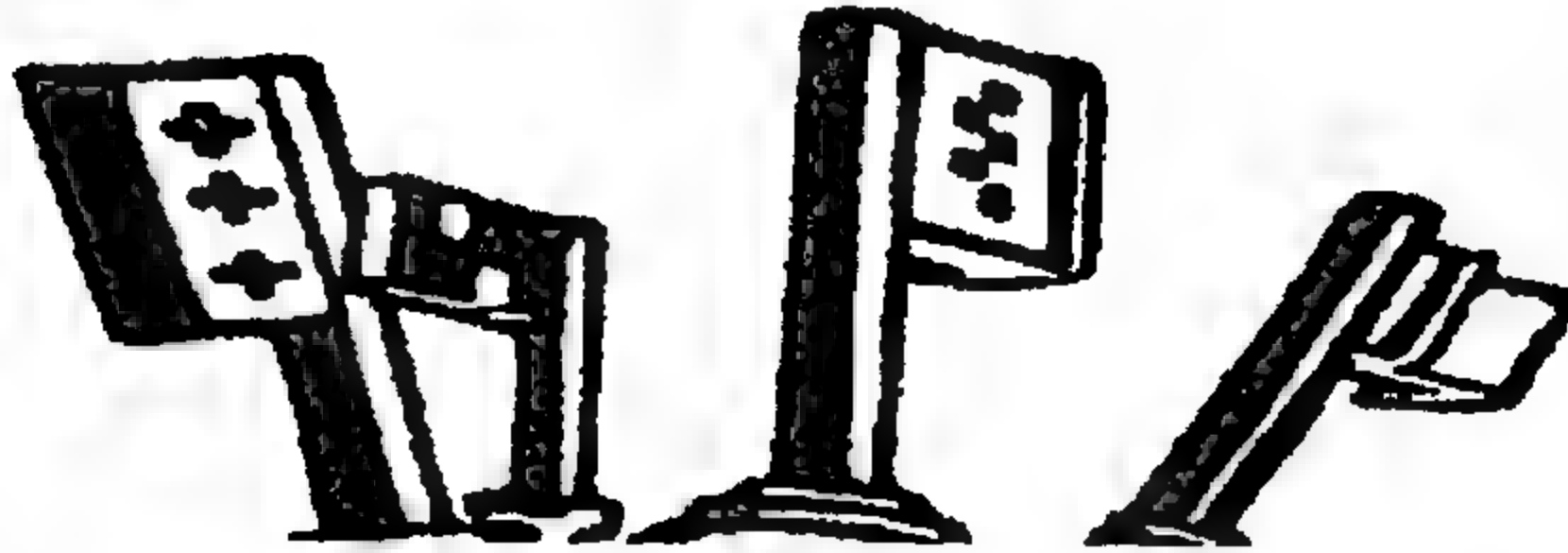
وعلى ذلك فقد نقل أبراهام النقاش إلى مستوى آخر، فهو الآن ليس عن السياسة (العفو عن المدينة إذا كانت هناك أرواح صالحة) ولكنه عن التحقيق (ماذا يحدث لو أننا أقل من النسبة؟) في هذا النص نجد أن خمسين ليس عدداً ولكنه رقم سياسي يتضمن تفاوتاً ما. وقد كان رأى أبراهام أن ٤٥ يقع داخل هذا التفاوت . هل بالتأكيد سيقوم السيد بتدمير المدينة لتقص خمسة، والتي ظهر من النص أنها أقل من حد الملاحظة؟ وفي النهاية استسلم السيد، وذلك ربما لأنه لاحظ مهارة خصمه، وجعل الحصاة تقل إلى عشرة أرواح صالحة. وبحكمة لم يقم أبراهام بأي مساومات أخرى.





وتوضح قصة «إنقاذ سدوم» أن الأرقام يمكن أن يكون لها معانٍ كثيرة مختلفة في النقاش . فترتبط «خمسون» بالتقدير أما «خمسة» أو «خمسة وأربعون» فترتبط بتفاوت هذا التقدير. ويعتمد الاختلاف بين «خمسين» و«خمسة وأربعين» على النص. وربما تتم ملاحظة هذا الفرق (إذا كان خارج التفاوت) في أوقات ما ولا يُلاحظ في أوقات أخرى. وبالرغم من أن المثال كان عن الأرقام السياسية ولكن نقطة أن المعنى يعتمد على النص تتحقق في كل التقديرات والقياسات.

ويمكن ملاحظة نفس الظاهرة في «تناقض المفتاح» عندما يستخدم شخص مفتاحاً جديداً لقفل ما فإنه يكون متوافقاً معه، وإذا قام أحدهم بعمل نسخة منه فإن هذه النسخة تتوافق أيضاً مع القفل لأن سماحية الآلة كانت قريبة من سماحية القفل. ولكننا نلاحظ أنه بعد تكرار النسخ من النسخ تتابعياً فإن النسخة الأخيرة لا تتوافق مع القفل وذلك لأنه تم تراكم سماحيات الآلة في كل مرة. وبدلالة القياس نجد أن $C=B=A$ ولكن $K=A$. ويبدو هذا جنوناً بدلالة الحسابات العادية ولكنه يوضح أن الأرقام في حالة القياس والتقدير يكون لها معنى فقط بناءً على محتوى النص ولا تعني نفس المعنى في حالة العد البسيط.



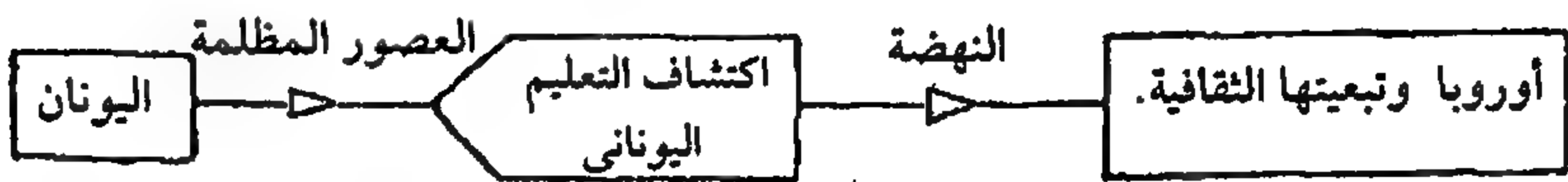
الرياضيات والمركزية الأوروبية

لقد لعبت الرياضيات الأوروبية دوراً هاماً في الوعي الذاتي لأوروبا أي الإحساس بأن الثقافة الأوروبية هي الأعظم وأنها هي الحقيقة الوحيدة. ويرى الناس الذين يعتقدون أن الرياضيات عالمية أنه من الصعب أن تكون الرياضيات والإمبريالية تماشوا جنباً إلى جنب. ولكن الرياضيات قد تم استخدامها كوسيلة لتحقيق سفلية ووضاعة الثقافات غير الأوروبية.



قامت أوروبا باستخدام
ثلاث طرق لنشر المركزية
الأوروبية في الرياضيات.

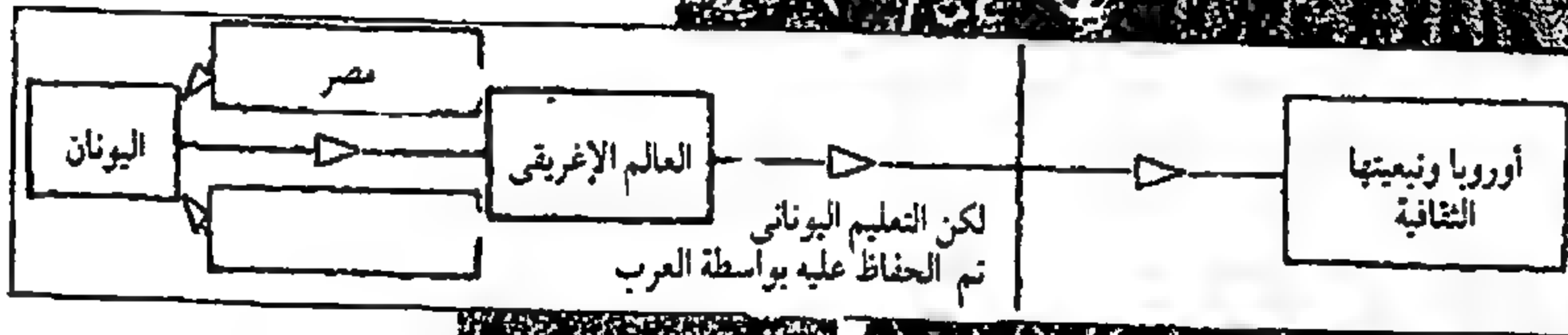
١- قامت باستخدام إسهامات الثقافات غير الأوروبية وفي نفس الوقت أخفيتها. لم يكن هناك أي تقدم قبل معجزة اليونان وأيضاً في الفترة بين ذلك والنهضة الأوروبية في القرن السادس عشر. وهذا هو المبدأ التقليدي للمركزية الأوروبية.



قامت أوروبا بتعريف الرياضيات بطريقة معينة وأعلنت أن مساهمات الحضارات الأخرى لم تكن رياضيات حقيقية.

فقد تم وصف الأساليب الرياضية غير الأوروبية بأنها كانت تعتمد على التجريب كلية وبالتالي فهي ليست رياضيات تأملية حقيقية.

ولكن العرب كانوا على درجة كرم كافية لحفظ الميراث اليوناني من الرياضيات التأملية وإمراره إلى وريث اليونان الشرعي! علماء الرياضيات الأوروبيين في عصر النهضة.



٣- وشرعت أوروبا الرأي القائل بأن التطور الرياضي كان نتاجاً أوروبياً بصورة خالصة وقامت بتدريس ذلك في تعليم الرياضيات.

جورج غيفرغيز
يوسف عالم تاريخ الرياضيات وهو بريطاني آسيوي.

وحتى في هذه الأيام فإن الرياضيات يتم تدريسها على أنها أيولوجية إمبريالية

وقد أعدت الخبرة الإمبريالية الطلاب للاعتقاد بأنه ليس هناك مجال للتفكير في أن غير الأوروبيين يستطيعون إنتاج معرفة رياضية وقد شجعت الأسطورة القائلة بأن الرياضيات كانت هبة حضارية نقلتها أوروبا إلى مستعمراتها وومضة بروميشية جعلت بعض الأفراد المتخلفين يخترقون أسرار العلم والتكنولوجيا لدخول العصر الحديث.



الرياضيات العرقية



فهي تهدف إلى إقامة علاقة قوية بين الرياضيات والثقافة والمجتمع وتذكرنا بأن الرياضيات تحتوي على أشياء أكثر من الدراسات المجردة النظرية الأفلاطونية ومناهج التدريس المشتقة منها. ويمكننا أن نرى المقدار الكبير الذي أثرت به أشكال الإبداع والابتكار في الطرق المختلفة التي يتناول بها الأفراد المختلفون الأمور الرياضية.



لذلك فإن الرياضيات العرقية لا تتضمن الأنظمة الصياغية الرمزية فحسب ولكن أيضاً التصميم المكاني وطرق الإنشاء العملية وطرق الحساب والقياسات في الزمن والمكان وطرق معينة للفهم والإشارة ونشاطات مادية ومعرفية أخرى.



الرياضيات ونوع الجنس

والنساء القلائل الذين أتيحت لهم فرصة المشاركة في الرياضيات في العصور الماضية كانوا مجرد طرفة. وأحد عالمات الرياضيات هي الفرنسية صوفي جيرماين

لسوء الحظ، ولكنه حقيقي،
ميراثنا الرياضي تم إيداع
الجزء الأكبر منه بواسطة
«الرجل الأبيض»



(١٧٧٦ - ١٨٣١) والتي قدمت
نفسها على أنها رجل رجل من
خلال نقاشها مع عالم
الرياضيات الألماني «كارى
فريدريك جاوس». (١٧٧٧-
١٨٥٥).



تم إنشاء سرى عندما دخل
جيش نابليون مدينة جوتينجن
واستخدمت نفوذى لتأمين
سلامته

كنت مذهولاً عندما قدم القائد
الفرنسى اعتذارات الأنسة جيرمان
لى، كنت أعتقد أن رفيقى فى
باريس هو رجل شاب

وقد قدم علماء علم النفس العديد من الأسباب التى أدت إلى وضاعة
النساء فى الرياضيات.

ولكن الآن هؤلاء
الفتيات يبلون فى الرياضيات
بلاءاً أحسنأ أكثر من الأولاد وقد
قبل إن هذه مشكلة اجتماعية
تحتاج إلى حل عاجل



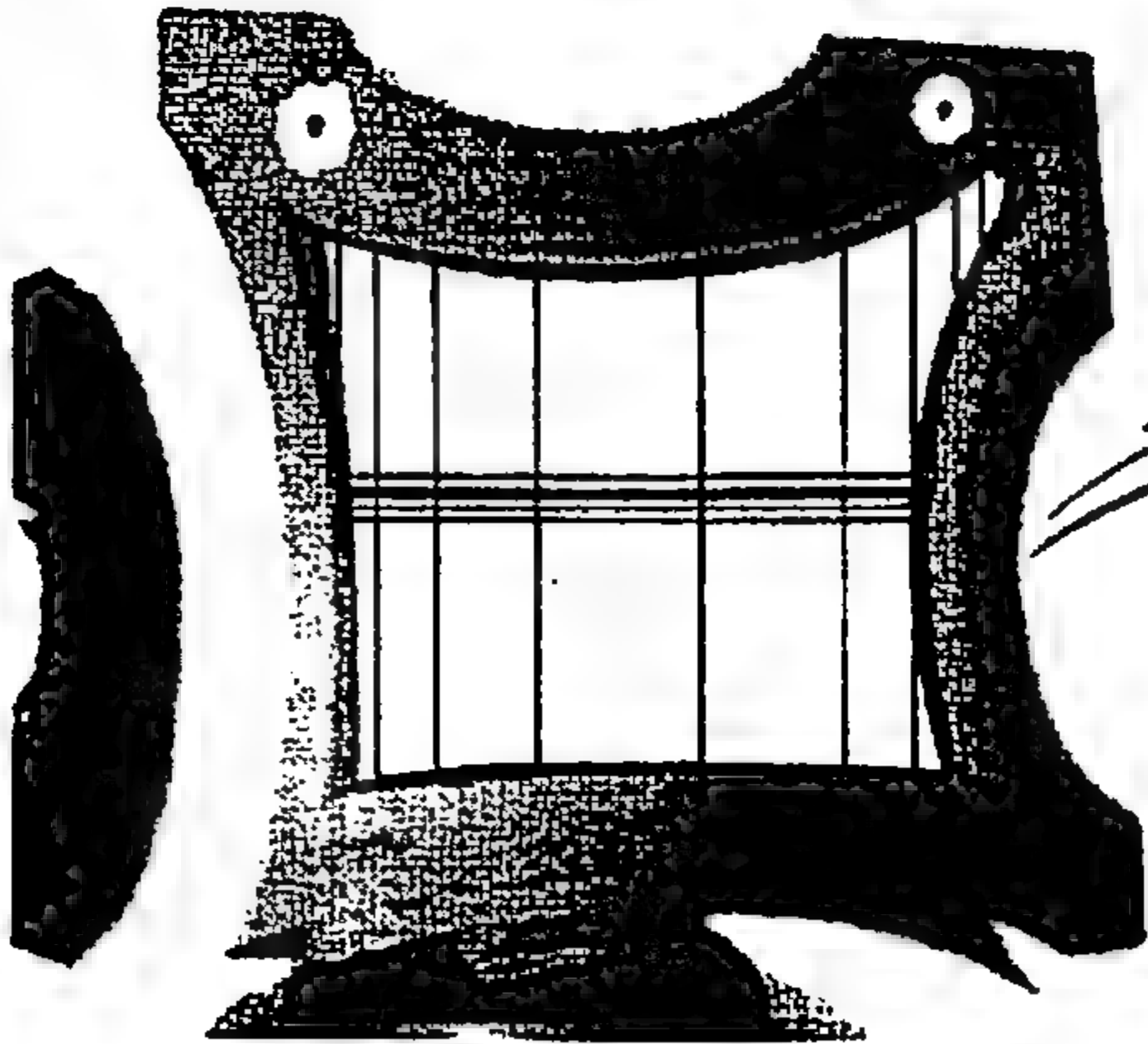
أين الآن

لقد سادت وجهة النظر الأفلاطونية للرياضيات في الثقافة الغربية على مدى العصور.

ووجهة النظر هذه كانت
عن المعرفة المتحررة من
التمرين والتي تقترب
من الحقيقة وتتحرر من
التعارضات

وهناك العديد من
المفارقات بين وجهة
النظر والحقيقة تم نزعها
من هذه الرؤية

ويقوم الفلاسفة والمدرسون
والمشيعون بتقديم الرياضيات
بهذه الوجهة الأفلاطونية. وتم
تخيّل العلم على أنه تطبيق
للحقائق الرياضية. وكجزء من
هذه الصورة، تم تجاهل أو
تشويه إسهامات الثقافات الغير
أوروبية في الرياضيات.



وبالرغم من
أن البحث الرياضي
قد تجاهل مبادئ عدم
التأكد في الفكر الرياضي
إلا أن ظهور الحاسبات
الآلية جعل الرياضيات الحسابة
المبنية على التجريب تتألف
مع النظرية

وبغض النظر عن انتشار معرفة القراءة والكتابة إلا أنها لا تزال مقتصرة على صفوة الاجتماعيين والمثقفين .



وتحت هذه الظروف فمن الضروري لنا أن نعرف ونقدر فشل الرياضيات (من خلال العلم) في انتزاع عدم التأكد من العالم العملي من حولنا. ومن الضروري أيضاً أن نعيد التفكير في المعرفة الحقيقية وكيفية تحقيقها.

لذلك فإن الرياضيات تواجه تحديات جديدة. وعلى المواطن أن يقوم بدوره في مواجهة هذه التحديات. ففي كلمات الأسقف بيركلي: كل واحد....



المحتويات

الصفحة	الموضوع
5	مقدمة
9	لماذا الرياضيات
13	الحساب
19	الأرقام المكتوبة
30	الصفر
33	أرقام خاصة
37	الأرقام الكبيرة
39	الأسس
43	اللوغاريتمات
45	الحساب Calculation
48	المعادلات
54	القياس
60	الرياضيات اليونانية
61	فيثاغورث
63	مناقضات «زينو»
65	إقليدس
68	الرياضيات الصينية
70	تشيو تشانج
71	أربعة علماء رياضيات صينيون
74	الرياضيات الهندية
75	هندسة «الفيدا»
77	براهما جوبتا
78	أرقام جاين
79	اندماجات «فيديك» و«جاين»
80	الشعر الرياضي

82 رمانوچان
83 الرياضيات الإسلامية
84 الخوارزمي
85 تطوير الجبر
88 اكتشاف حساب المثلثات
89 البطاني
90 أبو وفا
91 ابن يونس وثابت بن قرة
92 الطوسي
93 حل المسائل التي تتضمن أرقاماً صحيحة
94 نشأة الرياضيات الأوروبية
97 رينيه ديكارت
99 الهندسة التحليلية
102 الدوال
107 التفاضل والتكامل
108 التفاضل
111 التكامل
117 أسئلة بيركلي
120 إله أويلر
124 علوم الهندسة اللاإقليدية
126 الفضاءات نونية الأبعاد
128 إيفارست جالوا
129 المجموعات
132 العمليات الجبرية على الفئات
135 كانتور والفئات
141 أزمة في الرياضيات
142 راشيل والحقيقة الرياضية
145 نظرية «جوديل»

147	ماكينة «تورينج».
149	Fractals الفراككتلات
151	نظرية العماء
153	الطبولوجى
155	نظرية الأرقام
158	الإحصاء
160	قيم - «أ»
162	الاحتمال
165	عدم التأكد
167	الأرقام السياسية
170	الرياضيات والمركزية الأوروبية
172	الرياضيات العرقية
174	الرياضيات ونوع الجنس
175	أين الآن؟
178	فهرس

المشروع القومى للترجمة

المشروع القومى للترجمة مشروع تنمية ثقافية بالدرجة الأولى، ينطلق من الإيجابيات التى حققتها مشروعات الترجمة التى سبقته فى مصر والعالم العربى ويسعى إلى الإضافة بما يفتح الأفق على وعود المستقبل، معتمداً المبادئ التالية :

- ١ - الخروج من أسر المركزية الأوروبية وهيمنة اللغتين الإنجليزية والفرنسية.
- ٢ - التوازن بين المعارف الإنسانية فى المجالات العلمية والفنية والفكرية والإبداعية.
- ٣ - الانحياز إلى كل ما يؤسس لأفكار التقدم وحضور العلم وإشاعة العقلانية والتشجيع على التجريب.
- ٤ - ترجمة الأصول المعرفية التى أصبحت أقرب إلى الإطار المرجعى فى الثقافة الإنسانية المعاصرة، جنباً إلى جنب المنجزات الجديدة التى تضع القارئ فى القلب من حركة الإبداع والفكر العالميين.
- ٥ - العمل على إعداد جيل جديد من المترجمين المتخصصين عن طريق ورش العمل بالتنسيق مع لجنة الترجمة بالمجلس الأعلى للثقافة.
- ٦ - الاستعانة بكل الخبرات العربية وتنسيق الجهود مع المؤسسات المعنية بالترجمة.

المشروع القومى للترجمة

١- اللغة العليا (طبعة ثانية)	جون كوين	ت : أحمد درويش
٢- الوثنية والإسلام	ك. مادمو بانيكار	ت : أحمد فؤاد بلبع
٣- التراث المسروق	جورج جيمس	ت : شوقي جلال
٤- كيف تتم كتابة السيناريو	انجا كاريتتكوفا	ت : أحمد الحضري
٥- ثريا فى غيبوبة	إسماعيل فصيح	ت : محمد علاء الدين منصور
٦- اتجاهات البحث اللساني	ميلكا إفيتش	ت : سعد مصلوح / وفاء كامل فايد
٧- العلوم الإنسانية والفلسفة	لوسيان غولدمان	ت : يوسف الأنطكي
٨- مشعلو الحرائق	ماكس فريش	ت : مصطفى ماهر
٩- التغيرات البيئية	أندروس. جودى	ت : محمود محمد عاشور
١٠- خطاب الحكاية	جيرار جينيت	ت : محمد معتصم وعبد الجليل الأزدي وعمر حلى
١١- مختارات	فيسوفا شيمبوريسكا	ت : هناء عبد الفتاح
١٢- طريق الحرير	ديفيد براونيستون وايرين فرانك	ت : أحمد محمود
١٣- ديانة الساميين	روبرتسن سميث	ت : عبد الوهاب علوب
١٤- التحليل النفسى للأدب	جان بيلمان نويل	ت : حسن المودن
١٥- الحركات الفنية	إدوارد لويس سميث	ت : أشرف رفيق غنفي
١٦- أثينة السوداء	مارتن برنال	ت : بإشراف: أحمد عثمان
١٧- مختارات	فيليب لاركين	ت : محمد مصطفى بدوى
١٨- الشعر النسائي فى أمريكا اللاتينية	مختارات	ت : طلعت شاهين
١٩- الأعمال الشعرية الكاملة	جورج سفيريس	ت : نعيم عطية
٢٠- قصة العلم	ج. ج. كراوثر	ت : يمنى طريف الخولى / بدوى عبد الفتاح
٢١- خوخة وألف خوخة	صمد بهرنجى	ت : ماجدة العناني
٢٢- مذكرات رحالة عن المصريين	جون أنتيس	ت : سيد أحمد على الناصري
٢٣- تجلى الجميل	هانز جيورج جادامر	ت : سعيد توفيق
٢٤- ظلال المستقبل	باتريك بارندر	ت : بكر عباس
٢٥- مثوى	مولانا جلال الدين الرومى	ت : إبراهيم الدسوقي شتا
٢٦- دين مصر العام	محمد حسين هيكل	ت : أحمد محمد حسين هيكل
٢٧- التنوع البشرى الخلاق	مقالات	ت : نخبة
٢٨- رسالة فى التسامح	جون لوك	ت : منى أبو سنه
٢٩- الموت والوجود	جيمس ب. كارس	ت : بدر الديب
٣٠- الوثنية والإسلام (ط٢)	ك. مادمو بانيكار	ت : أحمد فؤاد بلبع
٣١- مصادر دراسة التاريخ الإسلامى	جان سوفاجيه - كلود كاين	ت : عبد الستار الطوجى / عبد الوهاب علوب
٣٢- الانقراض	ديفيد روس	ت : مصطفى إبراهيم فهمى
٣٣- التاريخ الاقتصادى لإفريقيا الغربية	أ. ج. هوبكنز	ت : أحمد فؤاد بلبع
٣٤- الرواية العربية	روجر ألن	ت : حصة إبراهيم المنيف
٣٥- الأسطورة والحدائق	بول . ب . ديكسون	ت : خليل كلفت

٣٦- نظريات السرد الحديثة	والاس مارتز	ت : حياة جاسم محمد
٣٧- واحة سيوة وموسيقاها	بريجيت شيفر	ت : جمال عبد الرحيم
٣٨- نقد الحداثة	آلن تورين	ت : أنور مغيث
٣٩- الإغريق والحسد	بيتر والكوت	ت : منيرة كروان
٤٠- قصائد حب	آن سكستون	ت : محمد عيد إبراهيم
٤١- ما بعد المركزية الأوربية	بيتر جران	ت : عاطف أحمد / إبراهيم فتحى / محمود ماجد
٤٢- عالم ماك	بنجامين بارير	ت : أحمد محمود
٤٣- اللهب المزدوج	أوكتاڤيو پاث	ت : المهدي أخريف
٤٤- بعد عدة أصياف	ألدوس هكسلى	ت : مارلين تادرس
٤٥- التراث المغفور	روبرت ج دنيا - جون ف أ فاين	ت : أحمد محمود
٤٦- عشرون قصيدة حب	بابلو نيرودا	ت : محمود السيد على
٤٧- تاريخ النقد الأدبى الحديث (١)	رينيه ويليك	ت : مجاهد عبد المنعم مجاهد
٤٨- حضارة مصر الفرعونية	فرانسوا دوما	ت : ماهر جويجاتي
٤٩- الإسلام فى البلقان	ه . ت . نوريس	ت : عبد الوهاب علوب
٥٠- ألف ليلة وليلة أو القول الأسير	جمال الدين بن الشيخ	ت : محمد برادة وعثمانى الميلود ويوسف الأنطكى
٥١- مسار الرواية الإسبانية أمريكية	داريو بيانويبا وخ. م بينياليستى	ت : محمد أبو العطا
٥٢- العلاج النفسى التدعيمى	بيتر . ن . نوفاليس وستيفن . ج . روجسيفيتز وروجر بيل	ت : لطفى فطيم وعادل دمرداش
٥٣- الدراما والتعليم	أ . ف . ألنجاتون	ت : مرسى سعد الدين
٥٤- المفهوم الإغريقى للمسرح	ج . مايكل والتون	ت : محسن مصيلحى
٥٥- ما وراء العلم	جون بولكنجهوم	ت : على يوسف على
٥٦- الأعمال الشعرية الكاملة (١)	فديريكو غرسية لوركا	ت : محمود على مكى
٥٧- الأعمال الشعرية الكاملة (٢)	فديريكو غرسية لوركا	ت : محمود السيد ، ماهر البطوطى
٥٨- مسرحيتان	فديريكو غرسية لوركا	ت : محمد أبو العطا
٥٩- المحبرة	كارلوس مونييث	ت : السيد السيد سهيم
٦٠- التصميم والشكل	جوهانز ايتين	ت : صبرى محمد عبد الغنى
٦١- موسوعة علم الإنسان	شارلوت سيمور - سميث	مراجعة وإشراف : محمد الجوهري
٦٢- لذة النص	رولان بارت	ت : محمد خير البقاعى .
٦٣- تاريخ النقد الأدبى الحديث (٢)	رينيه ويليك	ت : مجاهد عبد المنعم مجاهد
٦٤- برتراند راسل (سيرة حياة)	ألان وود	ت : رمسيس عوض .
٦٥- فى مدح الكسل ومقالات أخرى	برتراند راسل	ت : رمسيس عوض .
٦٦- خمس مسرحيات أندلسية	أنطونيو جالا	ت : عبد اللطيف عبد الحليم
٦٧- مختارات	فرناندو بيسوا	ت : المهدي أخريف
٦٨- نتاشا العجوز وقصص أخرى	فالتين راسبوتين	ت : أشرف الصباغ
٦٩- العالم الإسلامى فى أولل القرن العشرين	عبد الرشيد إبراهيم	ت : أحمد فؤاد متولى وهويدا محمد فهمى
٧٠- ثقافة وحضارة أمريكا اللاتينية	أوخينيو تشانج رودريجت	ت : عبد الحميد غلاب وأحمد حشاد
٧١- السيدة لا تصلح إلا للرمى	داريو فو	ت : حسين محمود

٧٢-	السياسي العجوز	ت . س . إليوت	ت : فؤاد مجلى
٧٣-	نقد استجابة القارئ	جين . ب . توميكنز	ت : حسن ناظم وعلى حاكم
٧٤-	صلاح الدين والمماليك فى مصر	ل . ا . سيمينوفا	ت : حسن بيومى
٧٥-	فن التراجم والسير الذاتية	أندريه موروا	ت : أحمد درويش
٧٦-	چاك لاكان وإغواء التحليل النفسى	مجموعة من الكتاب	ت : عبد المقصود عبد الكريم
٧٧-	تاريخ النقد الأدبى الحديث ج ٢	رينيه ويليك	ت : مجاهد عبد المنعم مجاهد
٧٨-	العولمة : النظرية الاجتماعية والثقافة الكونية	رونالد روبرتسون	ت : أحمد محمود ونورا أمين
٧٩-	شعرية التأليف	بوريس أوسبنسكى	ت : سعيد القانمى وناصر حلاوى
٨٠-	بوشكين عند «نافورة الدموع»	ألكسندر بوشكين	ت : مكارم الغمرى
٨١-	الجماعات المتخيلة	بندكت أندرسن	ت : محمد طارق الشرقاوى
٨٢-	مسرح ميجيل	ميجيل دى أونامونو	ت : محمود السيد على
٨٣-	مختارات	غوتفريد بن	ت : خالد المعالى
٨٤-	موسوعة الأدب والنقد	مجموعة من الكتاب	ت : عبد الحميد شيحة
٨٥-	منصور الحلاج (مسرحة)	صلاح زكى أقطاى	ت : عبد الرازق بركات
٨٦-	طول الليل	جمال مير صادقى	ت : أحمد فتحى يوسف شتا
٨٧-	نون والقلم	جلال آل أحمد	ت : ماجدة العنانى
٨٨-	الابتلاء بالتغرب	جلال آل أحمد	ت : إبراهيم الاسوقى شتا
٨٩-	الطريق الثالث	أنتونى جيدنز	ت : أحمد زايد ومحمد محبى الدين
٩٠-	وسم السيف	ميجل دى ترباتس	ت : محمد إبراهيم مبروك
٩١-	المسرح والتجريب بين النظرية والتطبيق	باربر الاسوستكا	ت : محمد هناء عبد الفتاح
٩٢-	أساليب ومضامين المسرح		
	الإسبانيونأمريكى المعاصر	كارلوس ميجل	ت : نادية جمال الدين
٩٣-	محدثات العولمة	مايك فيذرستون وسكوت لاش	ت : عبد الوهاب علوب
٩٤-	الحب الأول والصحة	صمويل بيكيت	ت : فوزية العشماوى
٩٥-	مختارات من المسرح الإشباني	أنطونيو بويرو بايخو	ت : سرى محمد محمد عبد اللطيف
٩٦-	ثلاث زنبقات ووردة	قصص مختارة	ت : إدوار الخراط
٩٧-	هوية فرنسا مج ١	فرنان برودل	ت : بشير السباعى
٩٨-	الهم الإنسانى والابتزاز الصهيونى	نماذج ومقالات	ت : أشرف الصباغ
٩٩-	تاريخ السينما العالمية	ديفيد روبنسون	ت : إبراهيم قنديل
١٠٠-	مسألة العولمة	بول هيرست وجراهام تومبسون	ت : إبراهيم فتحى
١٠١-	النص الروائى (تقنيات ومناهج)	بيرنار فاليط	ت : رشيد بنحدو
١٠٢-	السياسة والتسامح	عبد الكريم الخطيبى	ت : عز الدين الكتانى الإدريسى
١٠٣-	قبر ابن عربى يليه آباء	عبد الوهاب المؤدب	ت : محمد بنيس
١٠٤-	أوبرا ماهوجنى	برتولت بريشت	ت : عبد الغفار مكاوى
١٠٥-	مدخل إلى النص الجامع	چيرارجينيت	ت : عبد العزيز شبيل
١٠٦-	الأدب الأندلسى	د. ماريا خيسوس روبييرامتى	ت : د. أشرف على دعدون
١٠٧-	صورة الفنان فى الشعر الأمريكى المعاصر	نخبة	ت : محمد عبد الله الجعيدى

١٠٨- ثلاث دراسات عن الشعر الأندلسي	مجموعة من النقاد	ت : محمود على مكي
١٠٩- حروب المياه	جون بولوك وعادل درويش	ت : هاشم أحمد محمد
١١٠- النساء في العالم النامي	حسنة بيجوم	ت : منى قطان
١١١- المرأة والجريمة	فرانسيس هيندسون	ت : ريهام حسين إبراهيم
١١٢- الاحتجاج الهادي	أرلين علوي ماركليود	ت : إكرام يوسف
١١٣- راية التمرد	سادى پلانت	ت : أحمد حسان
١١٤- مسرحيتا حصاد كونجى وسكان المستنقع	وول شوينكا	ت : نسيم مجلى
١١٥- غرفة تخص المرء وحده	فرچينيا وولف	ت : سمىة رمضان
١١٦- امرأة مختلفة (درية شفيق)	سينثيا نلسون	ت : نهاد أحمد سالم
١١٧- المرأة والجنوسة فى الإسلام	ليلى أحمد	ت : منى إبراهيم ، وهالة كمال
١١٨- النهضة النسائية فى مصر	بث بارون	ت : لميس النقاش
١١٩- النساء والأسرة وقوانين الطلاق	أميرة الأزهرى سنيل	ت : بإشراف/ رؤوف عباس
١٢٠- الحركة النسائية والتطور فى الشرق الأوسط	ليلى أبو لغد	ت : نخبة من المترجمين
١٢١- الدليل الصغير عن الكاتب العربيات	فاطمة موسى	ت : محمد الجندي ، وإيزابيل كمال
١٢٢- نظام العبودية القديم ونموذج الإنسان	جوزيف فوجت	ت : منيرة كروان
١٢٣- الإمبراطورية العثمانية وعلاقاتها الدولية	نيل الكسندر وفنادولينا	ت : أنور محمد إبراهيم
١٢٤- الفجر الكاذب	جون جراى	ت : أحمد فؤاد بلبع
١٢٥- التحليل الموسيقى	سيدريك ثورپ ديقى	ت : سمحه الخولى
١٢٦- فعل القراءة	فولفانج إيسر	ت : عبد الوهاب علوب
١٢٧- إرهاب	صفاء فتحى	ت : بشير السباعى
١٢٨- الأدب المقارن	سوزان باسنيت	ت : أميرة حسن نويرة
١٢٩- الرواية الإسبانية المعاصرة	ماريا دولورس أسيس جاروته	ت : محمد أبو العطا وآخرون
١٣٠- الشرق يصعد ثانية	أندريه جوندرفرانك	ت : شوقى جلال
١٣١- مصر القديمة (التاريخ الاجتماعى)	مجموعة من المؤلفين	ت : لويس بقطر
١٣٢- ثقافة العولة	مايك فيذرستون	ت : عبد الوهاب علوب
١٣٣- الخوف من المرايا	طارق على	ت : طلعت الشايب
١٣٤- تشريح حضارة	بارى ج. كيمب	ت : أحمد محمود
١٣٥- المختار من نقد ت. س. إليوت	ت. س. إليوت	ت : ماهر شفيق فريد
١٣٦- فلاحو الباشا	كينيث كرونو	ت : سحر توفيق
١٣٧- مذكرات ضابط فى الحملة الفرنسية	جوزيف مارى مواريه	ت : كاميليا صبحى
١٣٨- عالم التليفزيون بين الجمال والعنف	إيثلينا تارونى	ت : وجيه سمعان عبد المسيح
١٣٩- پارسیقال	ريشارد فاچنر	ت : مصطفى ماهر
١٤٠- حيث تلتقى الأنهار	هربرت ميسن	ت : أمل الجبوري
١٤١- اثنتا عشرة مسرحية يونانية	مجموعة من المؤلفين	ت : نعيم عطية
١٤٢- الإسكندرية : تاريخ ودليل	أ. م. فورستر	ت : حسن بيومى
١٤٣- قضايا التنظير فى البحث الاجتماعى	ديريك لايدار	ت : عدلى السمرى
١٤٤- صاحبة اللوكاندة	كارلو جولدونى	ت : سلامة محمد سليمان

١٤٥- موت أرتيميو كروث	كارلوس فوينتس	ت : أحمد حسان
١٤٦- الورقة الحمراء	ميجيل دى ليبس	ت : على عبدالرؤوف البمبى
١٤٧- خطبة الإدانة الطويلة	تاكريد دورست	ت : عبدالغفار مكاوى
١٤٨- القصة القصيرة (النظرية والتقنية)	إنريكي أندرسون إمبرت	ت : على إبراهيم على منوفى
١٤٩- النظرية الشعرية عند إليوت وأبونيس	عاطف فضول	ت : أسامة إسبر
١٥٠- التجربة الإغريقية	روبرت ج. ليمان	ت : منيرة كروان
١٥١- هوية فرنسا مج ٢ ، ج ١	فرنان برودل	ت : بشير السباعى
١٥٢- عدالة الهنود وقصص أخرى	نخبة من الكتاب	ت : محمد محمد الخطابى
١٥٣- غرام الفراعنة	فيولين فاتويك	ت : فاطمة عبدالله محمود
١٥٤- مدرسة فرانكفورت	فيل سليتر	ت : خليل كلفت
١٥٥- الشعر الأمريكى المعاصر	نخبة من الشعراء	ت : أحمد مرسى
١٥٦- المدارس الجمالية الكبرى	جى أنبال وآلان وأوديت فيرمو	ت : مى التلمسانى
١٥٧- خسرو وشيرين	النظامى الكنجوى	ت : عبدالعزيز بقوش
١٥٨- هوية فرنسا مج ٢ ، ج ٢	فرنان برودل	ت : بشير السباعى
١٥٩- الإيديولوجية	ديفيد هوكس	ت: إبراهيم فتحى
١٦٠- آلة الطبيعة	بول إيرليش	ت: حسين بيومى
١٦١- من المسرح الإسباني	اليخاندرو كاسونا وأنطونيو جالا	ت: زيدان عبدالحليم زيدان
١٦٢- تاريخ الكنيسة	يوحنا الأسبوى	ت: صلاح عبدالعزيز محجوب
١٦٣- موسوعة علم الاجتماع	جوردن مارشال	ت: بإشراف: محمد الجومرى
١٦٤- شامبوليون (حياة من نور)	جان لاكوتير	ت: نبيل سعد
١٦٥- حكايات الثعلب	أ. ن أفانا سيفا	ت: سهير المصادفة
١٦٦- العلاقات بين المتدينين والعلمانيين فى إسرائيل	يشعياهو ليفمان	ت: محمد محمود أبو غدير
١٦٧- فى عالم طاغور	رابندراناث طاغور	ت: شكرى محمد عياد
١٦٨- دراسات فى الأدب والثقافة	مجموعة من المؤلفين	ت: شكرى محمد عياد
١٦٩- إبداعات أدبية	مجموعة من المبدعين	ت: شكرى محمد عياد
١٧٠- الطريق	ميفيل دليبيس	ت: بسام ياسين رشيد
١٧١- وضع حد	فرانك بيجو	ت: هدى حسين
١٧٢- حجر الشمس	مختارات	ت: محمد محمد الخطابى
١٧٣- معنى الجمال	ولتر ت. ستيس	ت: إمام عبد الفتاح إمام
١٧٤- صناعة الثقافة السوداء	ايليس كاشمور	ت: أحمد محمود
١٧٥- التليفزيون فى الحياة اليومية	لورينزو فيلشس	ت: وجيه سمعان عبد المسيح
١٧٦- نحو مفهوم للاقتصاديات البيئية	توم تيتنبرج	ت: جلال البنا
١٧٧- أنطون تشيخوف	هنرى تروايا	ت: حصة إبراهيم المنيف
١٧٨- مختارات من الشعر اليونانى الحديث	نخبة من الشعراء	ت: محمد حمدى إبراهيم
١٧٩- حكايات أيسوب	أيسوب	ت: إمام عبد الفتاح إمام
١٨٠- قصة جاويد	إسماعيل فصيح	ت: سليم عبد الأمير حمدان
١٨١- النقد الأدبى الأمريكى	فنسنت ب. ليتش	ت: محمد يحيى

١٨٢ العنف والنبوة	و . ب . بيتس	ت: ياسين طه حافظ
١٨٣ جان كوكتو على شاشة السينما	رينيه جيلسون	ت: فتحي العشري
١٨٤ - القاهرة... حالة لا تنام	هانز إيندورفر	ت: دسوقي سعيد
١٨٥ - أسفار العهد القديم	توماس تومسن	ت: عبد الوهاب علوب
١٨٦ - معجم مصطلحات هيجل	ميخائيل إنوود	ت: إمام عبد الفتاح إمام
١٨٧ - الأرضة	بُزرج علوى	ت: محمد علاء الدين منصور
١٨٨ - موت الأدب	الفين كرنان	ت: بدر الديب
١٨٩ - العمى والبصيرة	بول دى مان	ت: سعيد الغانمى
١٩٠ - محاورات كونفوشيوس	كونفوشيوس	ت: محسن سيد فرجاني
١٩١ - الكلام رأسمال	الحاج أبو بكر إمام	ت: مصطفى حجازى السيد
١٩٢ - رحلة إبراهيم بك ج١	زين العابدين المراغى	ت: محمود سلامة علاوى
١٩٣ - عامل النجم	بيتر أبراهامز	ت: محمد عبد الواحد محمد
١٩٤ - مختارات من النقد الأنجلو-أمريكي	مجموعة من النقاد	ت: ماهر شفيق فريد
١٩٥ - شتاء ٨٤	إسماعيل قصيح	ت: محمد علاء الدين منصور
١٩٦ - المهلة الأخيرة	فالتين راسبوتين	ت: أشرف الصباغ
١٩٧ - الفاروق	شمس العلماء شبلى النعمانى	ت: جلال السعيد الحفناوى
١٩٨ - الاتصال الجماهيرى	ادوين إمري وآخرون	ت: إبراهيم سلامة إبراهيم
١٩٩ - تاريخ يهود مصر فى الفترة العثمانية	يعقوب لاندأوى	ت: جمال أحمد الرفاعى وأحمد عبد اللطيف حماد
٢٠٠ - ضحايا التنمية	جيرمى سيبروك	ت: فخزى لبيب
٢٠١ - الجانب الدينى للفلسفة	جوزايا رويس	ت: أحمد الأنصارى
٢٠٢ - تاريخ النقد الأدبى الحديث ج١	رينيه ويليك	ت: مجاهد عبد المنعم مجاهد
٢٠٣ - الشعر والشاعرية	أطاف حسين حالى	ت: جلال السعيد الحفناوى
٢٠٤ - تاريخ نقد العهد القديم	زالمان شارازر	ت: أحمد محمود هويدي
٢٠٥ - الجينات والشعوب واللغات	لويجى لوقا كافاللى - سفورزا	ت: أحمد مستجير
٢٠٦ - البيولوجية تصنع علماً جديداً	جيمس جلايك	ت: على يوسف على
٢٠٧ - ليل إفريقي	رامون خوتاسنديز	ت: محمد أبو العطا عبد الرؤوف
٢٠٨ - شخصية العربى فى المسرح الإسرائيلى	دان أوريان	ت: محمد أحمد صالح
٢٠٩ - السرد والمسرح	مجموعة من المؤلفين	ت: أشرف الصباغ
٢١٠ - مثنويات حكيم سنائى	سنائى الفرنوى	ت: يوسف عبد الفتاح فرج
٢١١ - فردينان دوسوسير	جوناثان كلر	ت: محمود حمدي عبد الغنى
٢١٢ - قصص الأمير مرزبان	مرزبان بن رستم بن شروين	ت: يوسف عبدالفتاح فرج
٢١٣ - مصر منذ قدوم نابليون حتى رحيل عبدالناصر	ريمون فلاور	ت: سيد أحمد على الناصرى
٢١٤ - قواعد جديدة للمنهج فى علم الاجتماع	أنتونى جيدنز	ت: محمد محمود محى الدين
٢١٥ - سياحت نامه إبراهيم بيك ج٢	زين العابدين المراغى	ت: محمود سلامة علاوى
٢١٦ - جوانب أخرى من حياتهم	مجموعة من المؤلفين	ت: أشرف الصباغ
٢١٧ - مسرحيتان طليعيتان	ص. بيكيت	ت: نادية البنهاوى
٢١٨ - رايولا	خوليو كورتازان	ت: على إبراهيم على منوفى

٢١٩ بقايا اليوم	كازو ايشجورو	ت: طلعت الشايب
٢٢٠ الهيولية فى الكون	بارى باركر	ت: على يوسف على
٢٢١ شعرية كفافى	جريجورى جوزدانيس	ت: رفعت سلام
٢٢٢- فرانز كافكا	رونالد جراى	ت: نسيم مجلى
٢٢٣- العلم فى مجتمع حر	بول فيرابنر	ت: السيد محمد نقادى
٢٢٤- دمار يوغسلافيا	برانكا ماجاس	ت: منى عبدالظاهر إبراهيم السيد
٢٢٥- حكاية غريق	جابريل جارتيا ماركث	ت: السيد عبدالظاهر السيد
٢٢٦- أرض المساء وقصائد أخرى	ديفيد هربت لورانس	ت: طاهر محمد على اليربرى
٢٢٧- المسرح الإسباني فى القرن السابع عشر	موسى مارديا ديف بوركى	ت: السيد عبدالظاهر عبدالله
٢٢٨- علم الجمالية وعلم اجتماع الفن	جانيت وولف	ت: مارى تيريز عبدال المسيح وخالد حسن
٢٢٩- مأزق البطل الوحيد	نورمان كيجان	ت: أمير إبراهيم العمرى
٢٣٠- عن الذباب والفئران والبشر	فرانسواز جاكوب	ت: مصطفى إبراهيم فهمى
٢٣١- الدرافيل	خايمى سالوم بيدال	ت: جمال أحمد عبدالرحمن
٢٣٢- ما بعد المعلومات	توم ستينر	ت: مصطفى إبراهيم فهمى
٢٣٣- فكرة الاضمحلال	أرثر هومان	ت: طلعت الشايب
٢٣٤- الإسلام فى السودان	ج. سبنسر تريمنجهام	ت: فؤاد محمد عكود
٢٣٥- ديوان شمس تبريزى ج١	جلال الدين مولوى رومى	ت: إبراهيم الدسوقي شتا
٢٣٦- الولاية	ميشيل تود	ت: أحمد الطيب
٢٣٧- مصر أرض الوادى	روين فيرين	ت: عنايات حسين طلعت
٢٣٨- العولمة والتحرير	الانكتاد	ت: ياسر محمد جادالله وعربى مدبولى أحمد
٢٣٩- العربى فى الأدب الإسرائيلى	جيلارافر - رايوخ	ت: نادية سليمان حافظ وإيهاب صلاح فايق
٢٤٠- الإسلام والغرب وإمكانية الحوار	كامى حافظ	ت: صلاح عبدالعزيز محبوب
٢٤١- فى انتظار البرابرة	ج . م كويتز	ت: ابتسام عبدالله سعيد
٢٤٢- سبعة أنماط من الغموض	وليام إمبسون	ت: صبرى محمد حسن عبدالنبي
٢٤٣- تاريخ إسبانيا الإسلامية ج١	ليفى بروفنسال	ت: على عبدالرؤوف البمبى
٢٤٤- الغليان	لورا إسكييل	ت: نادية جمال الدين محمد
٢٤٥- نساء مقاتلات	إليزابيتا أنيس	ت: توفيق على منصور
٢٤٦- مختارات قصصية	جابريل جارتيا ماركث	ت: على إبراهيم على منوفى
٢٤٧- الثقافة الجماهيرية والحدثة فى مصر	والتر إرمبريست	ت: محمد طارق الشرقاوى
٢٤٨- حقول عدن الخضراء	أنطونيو جالا	ت: عبداللطيف عبدالحليم عبدالله
٢٤٩- لغة التمزق	دراجو شتامبوك	ت: رفعت سلام
٢٥٠- علم اجتماع العلوم	دومنيك فينيك	ت: ماجدة محسن أباطة
٢٥١- موسوعة علم الاجتماع (ج٢)	جوردن مارشال	ت: بإشراف: محمد الجوهري
٢٥٢- رائدات الحركة النسوية المصرية	مارجو بدران	ت: على بدران
٢٥٣- تاريخ مصر الفاطمية	ل. أ. سيمينوفا	ت: حسن بيومى
٢٥٤- الفلسفة	ديف روبنسون وجودى جروفز	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٢٥٥- أفلاطون	ديف روبنسون وجودى جروفز	ت: إمام عبد الفتاح إمام

٢٥٦- ديكارت	ديف روينسون ، كريس جرات	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٢٥٧- تاريخ الفلسفة الحديثة	وليم كلي رايت	ت: محمود سيد أحمد
٢٥٨- العجر	سير أنجوس فريزر	ت: عباده كحيلة
٢٥٩ مختارات من الشعر الأرمني عبر العصور	أقلام مختلفة	ت: فاروجان كازانجيان
٢٦٠- موسوعة علم الاجتماع ج٢	جوردن مارشال	ت: باشراف: محمد الجوهري
٢٦١- رحلة في فكر زكي نجيب محمود	زكي نجيب محمود	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٢٦٢- مدينة المعجزات	إدوارد مندوثا	ت: محمد أبو العطا عبد الرؤوف
٢٦٣- الكشف عن حافة الزمن	جون جرين	ت: علي يوسف علي
٢٦٤- إبداعات شعرية مترجمة	هوراس/ شلي	ت: لويس عوض
٢٦٥- روايات مترجمة	أوسكار وايلد وصموئيل جونسون	ت: لويس عوض
٢٦٦- مدير المدرسة	جلال آل أحمد	ت: عادل عبدالمنعم سويلم
٢٦٧- فن الرواية	ديفيد لودج	ت: ماهر البطوطي
٢٦٨- ديوان شمس تبريزي ج٢	جلال الدين الرومي	ت: إبراهيم الدسوقي شتا
٢٦٩- وسط الجزيرة العربية وشرقها ج١	وليم جيفور بالجريف	ت: صبري محمد حسن
٢٧٠- وسط الجزيرة العربية وشرقها ج٢	وليم جيفور بالجريف	ت: صبري محمد حسن
٢٧١- الحضارة الغربية	توماس سي. باترسون	ت: شوقي جلال
٢٧٢- الأديرة الأثرية في مصر	س. س والترز	ت: إبراهيم سلامة
٢٧٣- الاستعمار والثورة في الشرق الأوسط	جوان آر. لوك	ت: عنان الشهاوي
٢٧٤- السيدة باربارا	رومولو جلاجوس	ت: محمود مكي
٢٧٥- ت. س إليوت شاعرا وناقدا وكاتب مسرحيا	أقلام مختلفة	ت: ماهر شفيق فريد
٢٧٦- فنون السينما	فرانك جوتيران	ت: عبد القادر التلمساني
٢٧٧- الجينات: الصراع من أجل الحياة	بريان فورد	ت: أحمد فوزي
٢٧٨- البدايات	إسحق عظيموف	ت: ظريف عبدالله
٢٧٩- الحرب الباردة الثقافية	ف.س. سوندرز	ت: طلعت الشايب
٢٨٠- من الأدب الهندي الحديث والمعاصر	بريم شند وآخرون	ت: سمير عبدالحميد
٢٨١- الفردوس الأعلى	مولانا عبد الحليم شرر الكهنوي	ت: جلال الحفناوي
٢٨٢- طبيعة العلم غير الطبيعية	لويس وليبرت	ت: سمير حنا صادق
٢٨٣- السهل يحترق	خوان رولفو	ت: علي البمبي
٢٨٤- هرقل مجنون	يوريبيدس	ت: أحمد عثمان
٢٨٥- رحلة الخواجة حسن نظامي	حسن نظامي	ت: سمير عبد الحميد
٢٨٦- رحلة إبراهيم بك ج٢	زين العابدين المراغي	ت: محمود سلامة علاوي
٢٨٧- الثقافة والعولة والنظام العالمي	انتوني كنج	ت: محمد يحيى وآخرون
٢٨٨- الفن الروائي	ديفيد لودج	ت: ماهر البطوطي
٢٨٩- ديوان منجوهري الدامغاني	أبو نجم أحمد بن قوص	ت: محمد نور الدين عبدالمنعم
٢٩٠- علم اللغة والترجمة	جورج مونا	ت: أحمد زكريا إبراهيم
٢٩١- المسرح الإسباني في القرن العشرين ج١	فرانشيسكو رويس رامون	ت: السيد عبد الظاهر
٢٩٢- المسرح الإسباني في القرن العشرين ج٢	فرانشيسكو رويس رامون	ت: السيد عبد الظاهر

٢٩٣- مقدمة للأدب العربي	روجر آلان	ت: نخبة من المترجمين
٢٩٤- فن الشعر	بوالو	ت: رجاء ياقوت صالح
٢٩٥- سلطان الأسطورة	جوزيف كامبل	ت: بدر الدين حب الله الديب
٢٩٦- مكبث	وليم شكسبير	ت: محمد مصطفى بدوى
٢٩٧- فن النحويين اليونانية والسريانية	ديونيسيوس ثراكس - يوسف الأهوانى	ت: ماجدة محمد أنور
٢٩٨- مأساة العبيد	أبو بكر تافاوبليوه	ت: مصطفى حجازى السيد
٢٩٩- ثورة التكنولوجيا الحيوية	جين ل. ماركس	ت: هاشم أحمد قزاد
٣٠٠- أسطورة برومتيوس مج ١	لويس عوض	ت: جمال الجزيرى وبهاء چاهين
٣٠١- أسطورة برومتيوس مج ٢	لويس عوض	ت: جمال الجزيرى و محمد الجندى
٣٠٢- فنجنشتين	جون هيتون وجودى جروفز	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٣٠٣- بوذا	جين هوب وبورن فان لون	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٣٠٤- ماركس	ريوس	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٣٠٥- الجلد	كروزيو مالابارته	ت: صلاح عبد الصبور
٣٠٦- الحماسة - النقد الكانطى للتاريخ	چان - فرانسوا ليوتار	ت: نبيل سعد
٣٠٧- الشعور	ديفيد بابينو	ت: محمود محمد أحمد
٣٠٨- علم الوراثة	ستيف جونز	ت: ممدوح عبد المنعم أحمد
٣٠٩- الذهن والمخ	أنجوس چيلاتى	ت: جمال الجزيرى
٣١٠- يونج	ناجى هيد	ت: محيى الدين محمد حسن
٣١١- مقال فى المنهج الفلسفى	كولنجوود	ت: فاطمة إسماعيل
٣١٢- روح الشعب الأسود	وليم دى بويز	ت: أسعد حليم
٣١٣- أمثال فلسطينية	خاير بيان	ت: عبدالله الجعيدى
٣١٤- الفن كعدم	جينس مينيك	ت: هويدا السباعى
٣١٥- جرامشى فى العالم العربى	ميشيل بروندينو	ت: كاميليا صبحى
٣١٦- محاكمة سقراط	آ.ف. ستون	ت: نسيم مجلى
٣١٧- بلاغ	شير لايموفا- زنيكين	ت: أشرف الصباغ
٣١٨- الأدب الروسى فى السنوات العشر الأخيرة	نخبة	ت: أشرف الصباغ
٣١٩- صور دريدا	جايتير ياسييفاك وكريستوفر نوريس	ت: حسام نايل
٣٢٠- لمعة السراج فى حضرة التاج	محمد روشن	ت: محمد علاء الدين منصور
٣٢١- تاريخ إسبانيا الإسلامية ج ٢	ليفى بروفنسال	ت: نخبة من المترجمين
٣٢٢- وجهات غربية حديثة فى تاريخ الفن	دبليو بوجين كلينباور	ت: خالد مفلح حمزه
٣٢٣- فن الساتورا	تراث يونانى قديم	ت: هانم سليمان
٣٢٤- اللعب بالنار	أشرف أسدى	ت: محمود سلامة علاوى
٣٢٥- عالم الآثار	فيليب بوسان	ت: كريستين يوسف
٣٢٦- المعرفة والمصلحة	جورجين هابرماس	ت: حسن صقر
٣٢٧- مختارات شعرية مترجمة	نخبة	ت: توفيق على منصور
٣٢٨- يوسف وزليخا	نور الدين عبد الرحمن بن أحمد	ت: عبد العزيز بقوش
٣٢٩- رسائل عيد الميلاد	تد هيوز	ت: محمد عيد إبراهيم
٣٣٠- كل شىء عن التمثيل الصامت	مارفن شيرد	ت: سامى صلاح

٢٣١- عندما جاء السردين	ستيفن جراى	ت: سامية دياب
٢٣٢- القصة القصيرة فى إسبانيا	نخبة	ت: على إبراهيم على منوفى
٢٣٣- الإسلام فى بريطانيا	نبيل مطر	ت: بكر عباس
٢٣٤- لقطات من المستقبل	أرثر س كلارك	ت: مصطفى فهمى
٢٣٥- عصر الشك	ناتالى ساروت	ت: فتحى العشرى
٢٣٦- متون الأهرام	نصوص قديمة	ت: حسن صابر
٢٣٧- فلسفة الولاء	جوزايا رويس	ت: أحمد الأنصارى
٢٣٨- قصص قصيرة من الهند	نخبة	ت: جلال السعيد الحفناوى
٢٣٩- تاريخ الأدب فى إيران ج٢	على أصغر حكمت	ت: محمد علاء الدين منصور
٢٤٠- اضطراب فى الشرق الأوسط	بيرش بيربيروجلو	ت: فخرى لبيب
٢٤١- قصائد من رلكه	راينر ماريا رلكه	ت: حسن حلمى
٢٤٢- سلامان وأبسال	نور الدين عبدالرحمن بن أحمد	ت: عبد العزيز بقوش
٢٤٣- العالم البرجوازى الزائل	نادين جورديمر	ت: سمير عبد ربه
٢٤٤- الموت فى الشمس	بيتر بلانجوه	ت: سمير عبد ربه
٢٤٥- الركض خلف الزمن	بونه ندائى	ت: يوسف عبد الفتاح فرج
٢٤٦- سحر مصر	رشاد رشدى	ت: جمال الجزيرى
٢٤٧- الصبية الطائشون	جان كوكتو	ت: بكر الحلو
٢٤٨- المتصوفة الأولون فى الأدب التركى ج١	محمد فؤاد كوبرلى	ت: عبدالله أحمد إبراهيم
٢٤٩- دليل القارئ إلى الثقافة الجادة	آرثر والدرون وآخرون	ت: أحمد عمر شاهين
٢٥٠- بانوراما الحياة السياحية	أقلام مختلفة	ت: عطية شحاتة
٢٥١- مبادئ المنطق	جوزايا رويس	ت: أحمد الانصارى
٢٥٢- قصائد من كفافيس	قسطنطين كفافيس	ت: نعيم عطية
٢٥٣- الفن الإسلامى فى الأندلس (الزخرفة الهندسية)	باسيليو بابون مالدوناند	ت: على إبراهيم على منوفى
٢٥٤- الفن الإسلامى فى الأندلس (الزخرفة النباتية)	باسيليو بابون مالدوناند	ت: على إبراهيم على منوفى
٢٥٥- التيارات السياسية فى إيران	حجت مرتضى	ت: محمود سلامة علاوى
٢٥٦- الميراث المر	بول سالم	ت: بدر الرفاعى
٢٥٧- متون هيرميس	نصوص قديمة	ت: عمر الفاروق عمر
٢٥٨- أمثال الهوسا العامية	نخبة	ت: مصطفى حجازى السيد
٢٥٩- محاورات بارمنيدس	أفلاطون	ت: حبيب الشارونى
٢٦٠- أنثروبولوجيا اللغة	أندريه جاكوب ونويلا باركان	ت: ليلي الشربيني
٢٦١- التصحر: التهديد والمجابهة	آلان جرينجر	ت: عاطف معتمد وأمال شاور
٢٦٢- تلميذ بابنيبرج	هاينرش شبورال	ت: سيد أحمد فتح الله
٢٦٣- حركات التحرر الأفريقى	ريتشارد جيبسون	ت: صبرى محمد حسن
٢٦٤- حادثة شكسبير	إسماعيل سراج الدين	ت: نجلاء أبو عجاج
٢٦٥- سأم باريس	شارل بودلير	ت: محمد أحمد حمد
٢٦٦- نساء يركضن مع الذئاب	كلاريسا بنكولا	ت: مصطفى محمود محمد
٢٦٧- القلم الجرىء	نخبة	ت: البراق عبدالهادى رضا
٢٦٨- المصطلح السردى	جيرالد برنس	ت: عابد خزندار

٢٦٩- المرأة في أدب نجيب محفوظ	فوزية العشماوى	ت: فوزية العشماوى
٢٧٠- الفن والحياة في مصر الفرعونية	كليرلا لويت	ت: فاطمة عبدالله محمود
٢٧١- المتصوفة الأولون في الأدب التركي ج٢	محمد فؤاد كوبريلى	ت: عبدالله أحمد إبراهيم
٢٧٢- عاش الشباب	وانغ مينغ	ت: وحيد السعيد عبدالحميد
٢٧٣- كيف تعد رسالة دكتوراه	أمبرتو إيكو	ت: على إبراهيم على منوفى
٢٧٤- اليوم السادس	أندريه شديد	ت: حمادة إبراهيم
٢٧٥- الخلود	ميلان كونديرا	ت: خالد أبو اليزيد
٢٧٦- الغضب وأحلام السنين	نخبة	ت: إدوار الخراط
٢٧٧- تاريخ الأدب في إيران ج٤	على أصغر حكمت	ت: محمد علاء الدين منصور
٢٧٨- المسافر	محمد إقبال	ت: يوسف عبدالفتاح فرج
٢٧٩- ملك في الحديقة	سنيل بات	ت: جمال عبدالرحمن
٢٨٠- حديث عن الخسارة	جوتتر جراس	ت: شيرين عبدالسلام
٢٨١- أساسيات اللغة	ر. ل. تراسك	ت: رانيا إبراهيم يوسف
٢٨٢- تاريخ طبرستان	بهاء الدين محمد إسفنديار	ت: أحمد محمد نادى
٢٨٣- هدية الحجاز	محمد إقبال	ت: سمير عبدالحميد إبراهيم
٢٨٤- القصص التي يحكيها الأطفال	سوزان إنجيل	ت: إيزابيل كمال
٢٨٥- مشترى العشق	محمد على بهزادراد	ت: يوسف عبدالفتاح فرج
٢٨٦- دفاعاً عن التاريخ الأدبي النسوى	جانيت تود	ت: ريهام حسين إبراهيم
٢٨٧- أغنيات وسوناتات	چون دن	ت: بهاء چاهين
٢٨٨- مواعظ سعدى الشيرازى	سعدى الشيرازى	ت: محمد علاء الدين منصور
٢٨٩- من الأدب الباكستانى المعاصر	نخبة	ت: سمير عبدالحميد إبراهيم
٢٩٠- الأرشيقات والمدن الكبرى	نخبة	ت: عثمان مصطفى عثمان
٢٩١- الحافلة الليكية	مايف بينشى	ت: منى الدروبي
٢٩٢- مقامات ورسائل أندلسية	نخبة	ت: عبداللطيف عبدالحليم
٢٩٣- فى قلب الشرق	ندوة لويس ماسينيون	ت: نخبة
٢٩٤- القوى الأساسية الأربع فى الكون	بول ديفيز	ت: هاشم أحمد محمد
٢٩٥- الالم سياوش	إسماعيل فصيح	ت: سليم حمدان
٢٩٦- السافاك	تقى نجارى راد	ت: محمود سلامة علاوى
٢٩٧- نيتشه	لورانس جين	ت: إمام عبدالفتاح إمام
٢٩٨- سارتر	فيليب تودى	ت: إمام عبدالفتاح إمام
٢٩٩- كامى	ديفيد ميروقتس	ت: إمام عبدالفتاح إمام
٤٠٠- مومو	مسيانيل إنده	ت: باهر الجوهري
٤٠١- الرياضيات	زيادون ساردر	ت: ممدوح عبد المنعم

التنفيذ والطباعة: Stampa

١١ ميدان سفتكس - المهندسين

تليفون: 3448824 - 3034408